

CAPPEI GDS.2.1

Comprendre pour intervenir...

- Rappels.
- Au-delà des premiers apprentissages numériques...
- La résolution de problèmes mathématiques et ses difficultés
- Approche géométrique et remédiation
- L'évaluation.



1

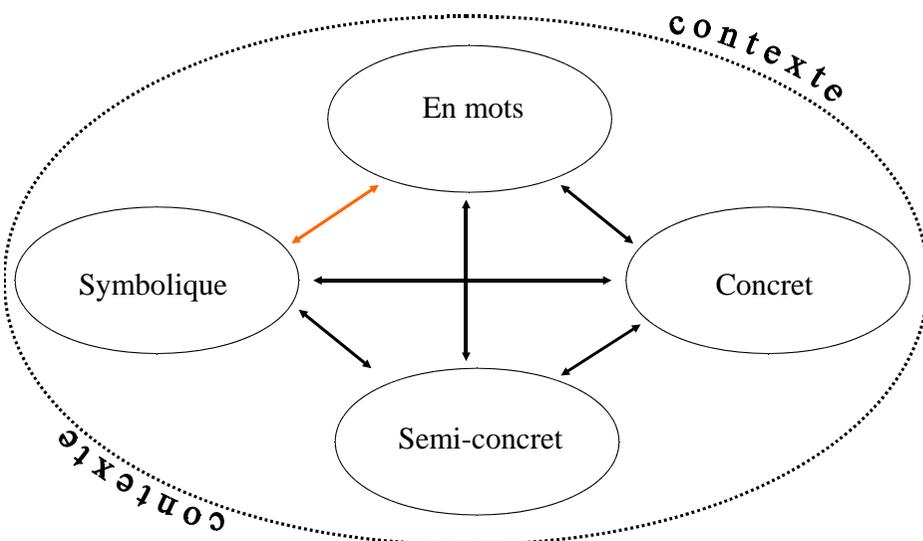
Michel VINAIS
Formateur IFUCOME
Ancien responsable de l'ASH IUFM Centre Val de Loire
Université d'Orléans

michelvinais@orange.fr



Quelques rappels préalables
sur l'enseignement des
mathématiques

Modes de représentation



Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval

3



Au-delà des premiers
apprentissages numériques vus
lors du palier précédent.

La maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'acquiert et s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité...

5

Le BO du 14 février 2002

Au cycle III, ce domaine recouvre l'ensemble des problèmes dans lesquels les nombres et le calcul interviennent comme outils pour traiter une situation, c'est-à-dire pour organiser, prévoir, choisir, décider : le raisonnement y occupe une place importante / confronter les élèves à de véritables situations de recherche / Plus nous avançons dans le cycle III plus nous pensons indispensable de proposer aux élèves des **situations de recherche qui constituent pour eux un défi intellectuel**. De plus, ces situations contribuent à **développer chez les élèves une représentation des mathématiques comme un domaine où l'on cherche**.

Le travail sur l'apprentissage à la résolution de problèmes présente plusieurs caractéristiques : il incite à la mobilisation de savoirs construits dans des domaines différents, il met en jeu des compétences relatives à des attitudes, des comportements qui se développent sur le long terme (comme prendre du recul par rapport à sa propre méthode, contrôler ce que l'on est en train de faire, comparer des méthodes).

BO du 19 juin 2008

La **résolution de problèmes** liés à la vie courante permet d'approfondir la connaissance des nombres étudiés, de renforcer la maîtrise du sens et de la pratique des opérations, de développer la rigueur et le goût du raisonnement.

Résoudre des problèmes relevant des quatre opérations, de la proportionnalité, et faisant intervenir différents objets mathématiques : nombres, mesures, "règle de trois", figures géométriques, schémas ;

- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, justifier et apprécier la vraisemblance d'un résultat ;
- lire, interpréter et construire quelques représentations simples : tableaux, graphiques.

6

Le projet de programme de septembre 2015 (MEN)

Au cycle 2, la résolution de problèmes est au centre de l'activité mathématique des élèves, développant leurs capacités à chercher, raisonner et communiquer.

Résoudre des problèmes issus de situations de la vie quotidienne ou adaptés de jeux portant sur des grandeurs et leur mesure, ... conduisant à utiliser les quatre opérations. Sens des opérations.

Problèmes relevant des structures additives (addition/soustraction).

Problèmes relevant des structures multiplicatives, de partages ou de groupements (multiplication/division).

Modéliser ces problèmes à l'aide d'écritures mathématiques.

Sens des symboles +, -, ×, :

Et au Cycle 3 : La progressivité sur la résolution de problèmes, outre la structure mathématique du problème, repose notamment sur :

les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux,

le nombre d'étapes de calcul et la détermination ou non de ces étapes par les élèves : on passe de problèmes dont la solution engage une démarche à une ou plusieurs étapes indiquées dans l'énoncé pour aboutir en 6e à des problèmes nécessitant l'organisation de données multiples ou la construction d'une démarche,

7

Confusions autour de la notion de problème

EXERCICES

- Situation connue
- Méthode déjà acquise
- Application, reproduction,
- Exécution mécanique.
- Consolidation d'un savoir
- Entraînement, automatisme
- Assimilation

PROBLEMES

- Situation inédite
- Méthode inconnue
- Création
- Processus à inventer
- Acquisition d'un savoir
- Intégration de procédure
- Accommodation

8

- Dans une perspective psychologique, un problème est généralement défini comme une situation initiale avec un but à atteindre, demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. Il n'y a problème que dans un rapport sujet/situation, où la solution n'est pas disponible d'emblée, mais possible à construire.

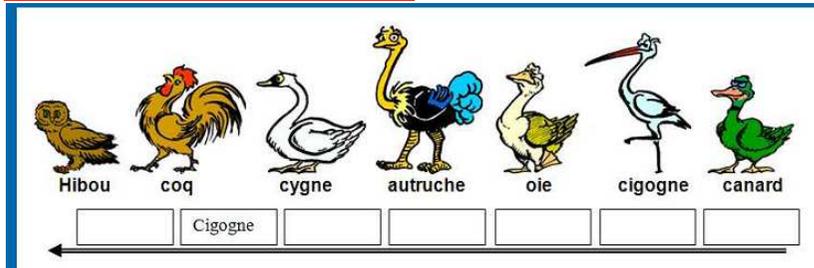
J.Brun La résolution de problème arithmétiques : bilan et perspectives ; Math Ecole N°141 / 1990

9

Premières observations...

10

Pas toujours de nombres...



L'autruche n'a personne derrière elle.
 Le cygne voit trois animaux devant lui.
 Le coq n'est pas devant le cygne.
 Le canard suit le coq.
 Le hibou n'est pas le premier.

11

Pas toujours de texte...ou seulement prescriptif...

1									
1	1								
1	2	1							
1	3		1						
1			4	1					
1									
1									
1									
1									
1				126					1

Complète les cases par des nombres convenables...

12

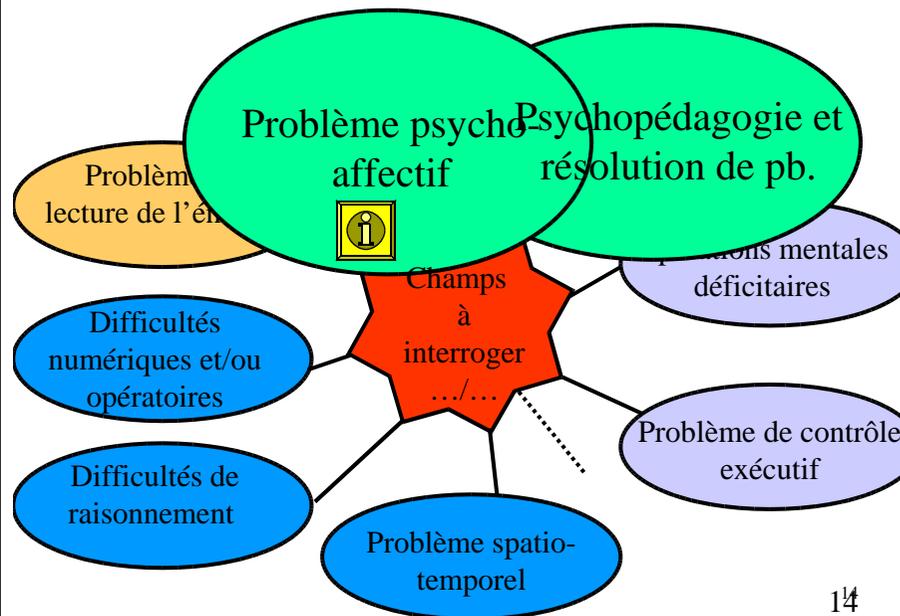
Pas toujours de question(s)...

Xavier range les 50 photos de ses dernières vacances dans un classeur. Chaque page contient 6 photos. Il y aura ... pages complètes.



Nous nous situerons majoritairement...mais pas...

13



14

Prendre la posture de chercheur...

...chercheur de sens (Cf G Chauveau en lecture)

15

LE CONTRAT

Lors du contrat, l'élève oscille entre 2 pôles

Ce que l'élève doit mobiliser

Les dérives

Connaissances

- En lecture
- Sur le monde (contexte, lexique...)
- En mathématiques (sens des notions, raisonnement, calcul)

Connaissances sur le contrat

- Ce qui est attendu
- Ce qui est permis ou non
- Ce qui marche souvent
- L'écueil des erreurs

16

Du contrat didactique...

Du discours « logique »...

et du paradoxe en mathématique...
dans la résolution de problème...

- l'âge du capitaine de S. Baruk
- La logique du discours...
- Problème et paradoxe

17

L'âge du capitaine de S. Baruk ?

Dans un bateau, il y a 36 moutons.

10 moutons tombent à l'eau.

Quel est l'âge du capitaine ?

3/4 des élèves de CE1
et 1/3 de CM trouvent l'âge du capitaine

18

Enoncé 1 :

*Enoncé 2 : Dans une classe, il y a 15 garçons
et 14 filles, quel est l'âge de la maîtresse ?*

Enoncé 3 :

19

Du contrat didactique...

Du discours « logique »...

et du paradoxe en mathématique...
dans la résolution de problème...

- l'âge du capitaine de S. Baruk
- **La logique du discours...**
- Problème et paradoxe

20

Du problème et de la logique du discours...

Trois amis s'en vont manger au restaurant. Ils prennent le menu du jour à 10€. Ils demandent au patron la note qui leur fait parvenir par la serveuse : total 30€. Lorsque la serveuse apporte les 3 billets de 10 € le patron décide de leur faire une ristourne de 5€ que ramène la serveuse. 5 € n'étant pas divisible par trois ils décident de reprendre chacun 1 € et de donner 2 € à la serveuse.

Combien chacun a-t-il payé ?

Discours de Paul : chacun avait donné 10 €, il a repris 1 €. Il a donc payé 9 €

Contestation de Pierre : Au départ il y a 30 € dans la coupelle, s'ils ont payé 9 €, au total cela fait 27 € plus les 2 € donnés à la serveuse, cela fait 29 €, il manque 1€ !

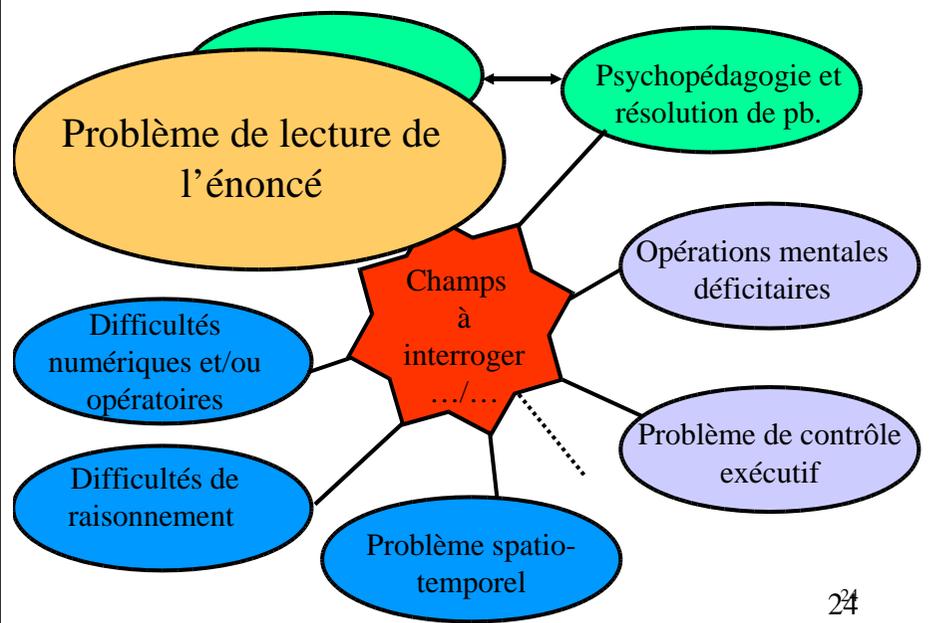
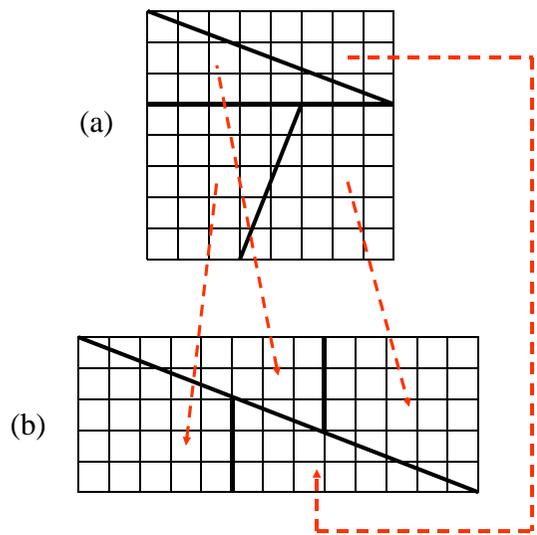
L'élève chercheur de sens et la relation pédagogique

Du contrat didactique...

Du discours « logique »...
et du paradoxe en mathématique...
dans la résolution de problème...

- l'âge du capitaine de S. Baruk
- La logique du discours...
- **Problème et paradoxe**

Du problème et du paradoxe...



Mathématique et langages

Pour résoudre un problème l'élève doit mettre en place, lors de la lecture de l'énoncé, un processus de compréhension à 2 niveaux, processus dont il est plus ou moins conscient :

1^{er} niveau : la compréhension textuelle qui relève du traitement linguistique

2^{ème} niveau : la compréhension relationnelle qui repose sur la capacité à mettre en relation les éléments de la situation de départ et relève également des connaissances et de la capacité de l'élève à mettre en réseau ses connaissances mathématiques.

Passage difficile du sens à la mathématisation.

25

Mathématique et langages

Une caractéristique essentielle de l'énoncé mathématique réside sans doute dans la présence de 3 codes en interaction*.

- Langage naturel
- Langage mathématique
- Langage symbolique

*Cf Thèse de didactique des maths : langue naturelle et écriture symbolique. C. Laborde

Enoncés de problèmes et progression thématique.

26

Mathématique et langages

Une caractéristique essentielle de l'énoncé mathématique réside sans doute dans la présence de 3 codes en interaction*.

- Langage naturel
- Langage mathématique
- Langage symbolique

*Cf Thèse de didactique des maths : langue naturelle et écriture symbolique. C. Laborde

Enoncés de problèmes et progression thématique.

27

PTC Une école décide de s'équiper en informatique. Elle achète 8 unités centrales à 480€. Elle commande 8 écrans plats à 200€... Elle

PTL Une famille décide d'acheter une voiture neuve à 13 499€. Il paie un acompte de 6000€ et le reste par un crédit. Parmi les offres des banques, ils en retiennent 2 : la proposition de 48 mensualités à... du Crédit xxx et la proposition de la banque ZZZ de...

PTE Une classe décide de découvrir le milieu marin en classe transplantée à VVV et s'interroge sur le coût total de cette classe découverte.

Pour le voyage ils ont le choix entre le car sachant que le transport revient à ...€ par élève ou le train...

En ce qui concerne l'hébergement et l'alimentation ils peuvent...

Plusieurs visites sont prévues mais le budget est limité à ...€ alors il leur faut choisir entre...

28

Comprendre le vocabulaire et les expressions mathématiques.

- des rangées de 12 salades
- les rangées ont 12 salades chacune
- une rangée a 12 salades
- chaque rangée a 12 salades
- 12 salades par rangée
- 12 salades pour chaque rangée

- des gâteaux coûtent 2€ pièce
- des gâteaux coûtent 2€ l'un
- des gâteaux coûtent 2 € l'unité

29

Formulation et contexte de présentation de la situation.

Ce qui intervient dans l'accès au sens de l'énoncé :

- Trois « niveaux » de lecture du texte
- Place de la question;
- L'ordre d'apparition des informations;

30

Formulation et contexte de présentation de la situation.

Trois types de texte :

Pour construire une première interprétation de la situation et de la tâche attendue, la compréhension d'un énoncé requiert à la fois :

- Une lecture narrative;
- Une lecture informative;
- Une lecture prescriptive.

31

Formulation et contexte de présentation de la situation.

Une lecture narrative

Une lecture informative

Une lecture prescriptive

Une maman va faire des courses. Elle achète du cacao à 4€20, de la lessive à 9€45 et un paquet de pâtes à 1,12€. Elle donne un billet de 20€.

Combien la caissière doit-elle lui rendre?

32

La place de la question

Dans les 4 énoncés suivants : surligne en orange la partie du texte qui précise au lecteur ce qu'il doit faire.

1. Range ses quatre enfants du plus petit au plus grand :
Anna est plus grande que Caroline.
Frédéric est plus petit qu'Anna.
Tristan est plus grand que Caroline et plus petit que Frédéric.

2. Combien d'albums Zoé peut-elle remplir avec 248 timbres, sachant qu'un album contient 50 timbres ?

3. Un marchand de timbres a 5200 timbres. A la foire aux timbres, il achète 15 pochettes de 50 timbres et vend 36 pochettes de 40 ; Combien de timbres possède-t-il après la foire ?
Un collectionneur de timbres avait déjà 3425 timbres. A la foire aux timbres il donne 21 pochettes de 35 timbres à ses amis qui lui offre en échange 17 pochettes de 51 timbres
Combien de timbres possède-t-il après la foire ?

4. Un marchand de cycles a vendu pendant la semaine :
- 2 motos à 3642€ la moto ;
- un scooter à 1299€ ;
- 7 casques à 158€ pièce.
- « Cette semaine, j'ai vendu pour près de 10 000€ de marchandise », se dit-il.
A-t-il raison ?
Justifie ta réponse.

Cf Le français transversal. F Rondelli ³³

La place de la question

Dans les 4 énoncés suivants : surligne en orange la partie du texte qui précise au lecteur ce qu'il doit faire.

1. Range ses quatre enfants du plus petit au plus grand :
Anna est plus grande que Caroline.
Frédéric est plus petit qu'Anna.
Tristan est plus grand que Caroline et plus petit que Frédéric.

2. Combien d'albums Zoé peut-elle remplir avec 248 timbres, sachant qu'un album contient 50 timbres ?

3. Un marchand de timbres a 5200 timbres. A la foire aux timbres, il achète 15 pochettes de 50 timbres et vend 36 pochettes de 40 ; Combien de timbres possède-t-il après la foire ?
Un collectionneur de timbres avait déjà 3425 timbres. A la foire aux timbres il donne 21 pochettes de 35 timbres à ses amis qui lui offre en échange 17 pochettes de 51 timbres
Combien de timbres possède-t-il après la foire ?

4. Un marchand de cycles a vendu pendant la semaine :
- 2 motos à 3642€ la moto ;
- un scooter à 1299€ ;
- 7 casques à 158€ pièce.
- « Cette semaine, j'ai vendu pour près de 10 000€ de marchandise », se dit-il.
A-t-il raison ?
Justifie ta réponse.

Cf Le français transversal. F Rondelli ³⁴

L'ordre d'apparition des informations

Séquentialité:

• Marie possède 41 images. Elle en donne 12 à Claire.
Combien lui en reste-t-il?

• Anaïs ajoute 12 billes dans une boîte qui en contient déjà. Il y a maintenant 41 billes dans cette boîte. Combien y avait-il de billes dans la boîte au départ?

Simultanéité:

Pierre n'a que des pièces de 50 centimes et des pièces de 20 centimes dans sa tire-lire. En tout, il a 6 pièces. Il compte son argent et trouve 210 centimes (ou 2,10€).

Combien Pierre a-t-il de pièces de 50 centimes et de pièces de 20 centimes dans sa tire-lire?

35

Autres difficultés du côté de la langue...

La syntaxe

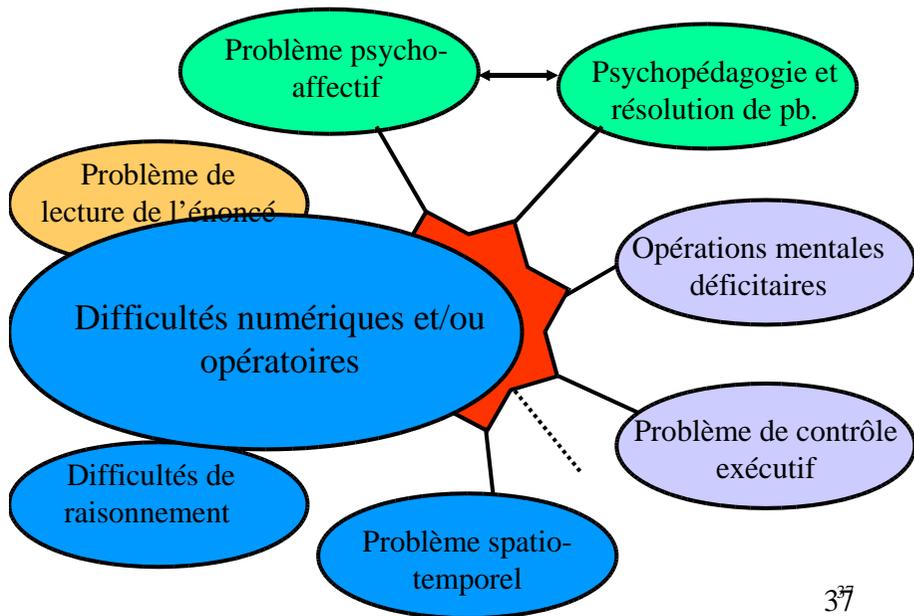
Des constructions syntaxiques moins usitées dans la langue courante. Le souci de concision conduit à la formulation de compléments du nom en cascade et de phrases complexes composées de plusieurs subordonnées.

La conjugaison

L'emploi des temps de conjugaison comme l'imparfait, le plus-que-parfait, voire le futur antérieur.

L'emploi du participe présent : sachant que...

36



37

Champ du numérique

NB : acquisition de notre chaîne numérique, niveaux d'élaboration, lois organisationnelles...N+

Attention : N+ → D

38

Sens intrinsèque et sens extrinsèque du nombre...

... Incidence dans la résolution de problème mathématique

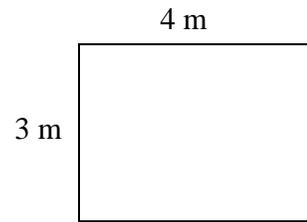
39

Quel le prix de 4 dvd sachant que leur prix unitaire est de 28€ ?

$$4^{\text{dvd}} \times 28^{\text{€}} = 112^{\text{dvd}}$$

40

Aire de la surface du rectangle : $L \times l$

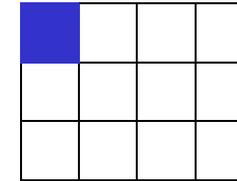


Calcul de l'aire :

$$4 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$$

41

Aire de la surface du rectangle : $L \times l$



Calcul de l'aire :

$$1 \text{ u} \times 4 \times 3 = 12 \text{ u}$$

42

La question des techniques opératoires

43



Un outil est un objet utilisé par un être vivant dans le but d'augmenter son efficacité dans l'action par la simplification des actions entreprises et par une plus grande rentabilisation de ces actions.



$$\begin{array}{r} 23 \\ + 34 \\ \hline 57 \end{array}$$

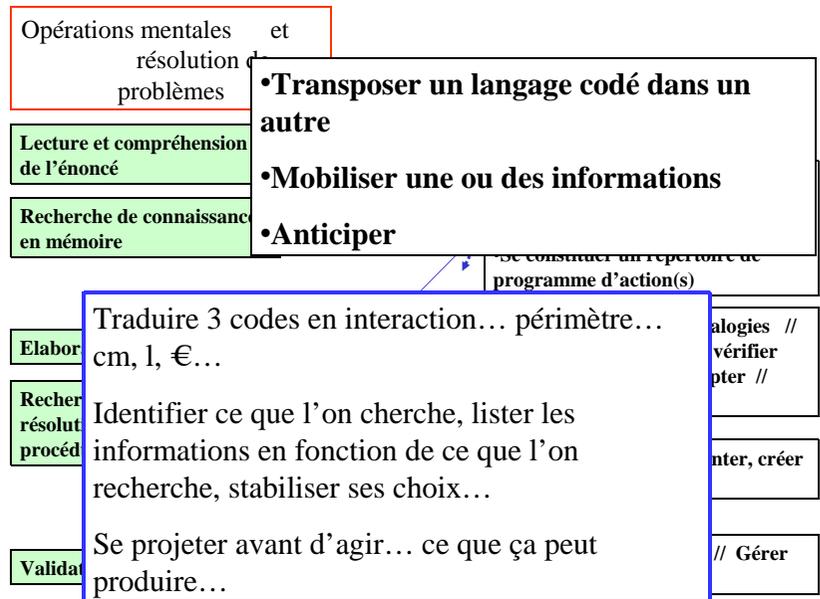
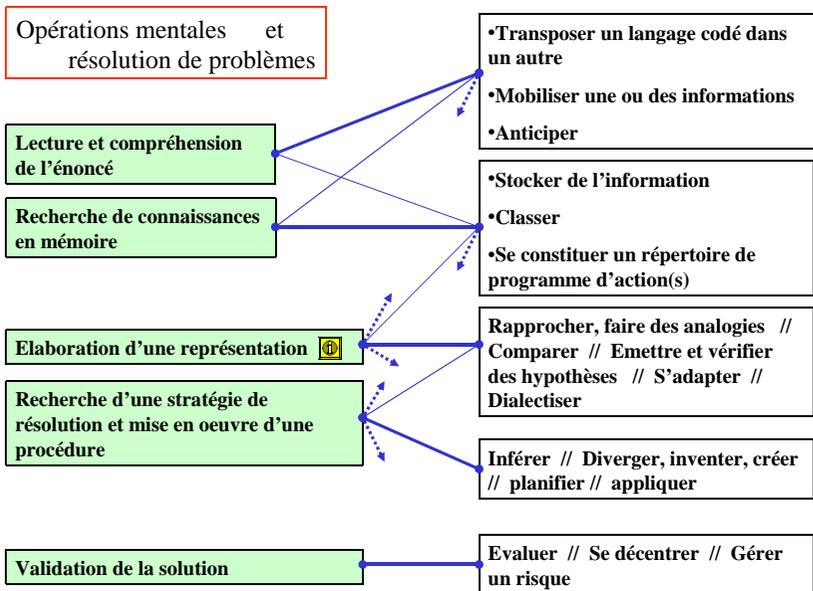
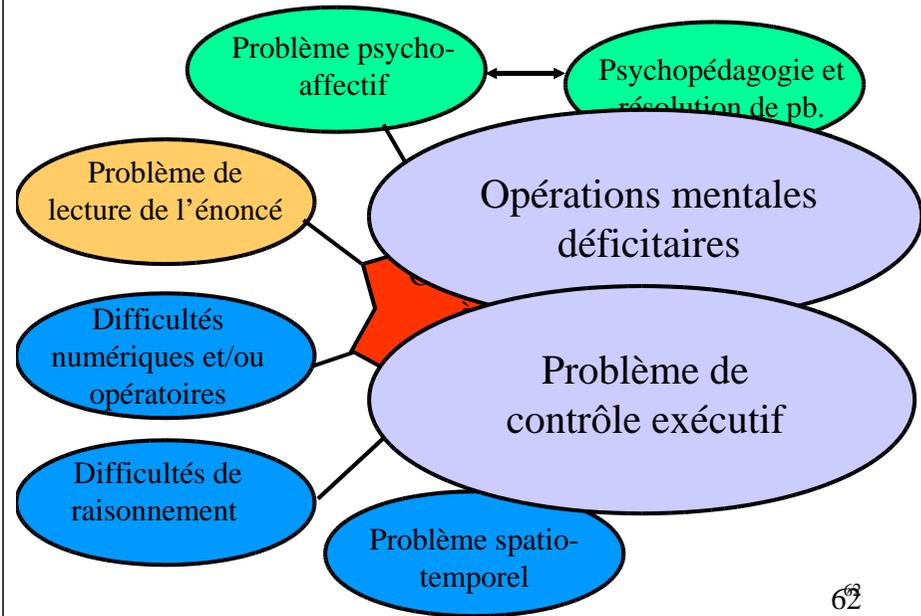


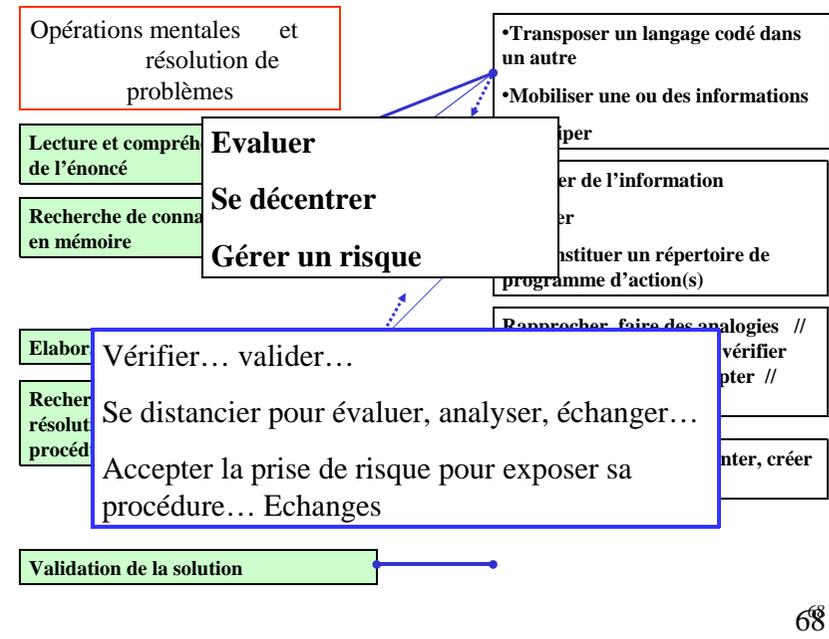
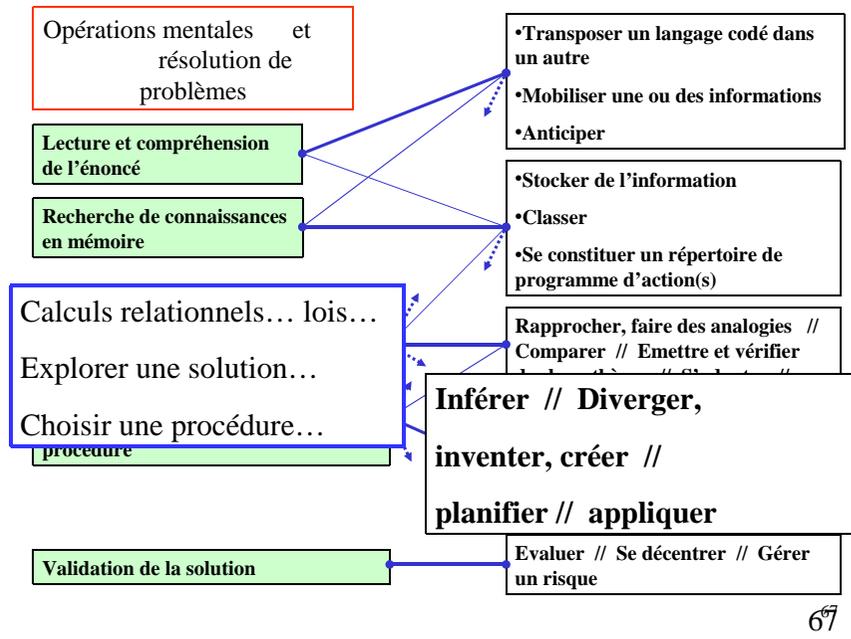
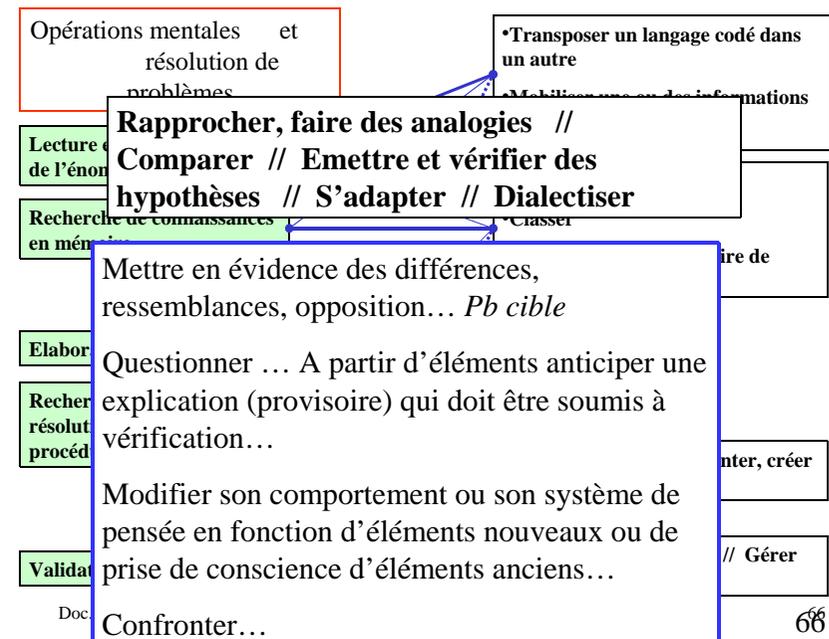
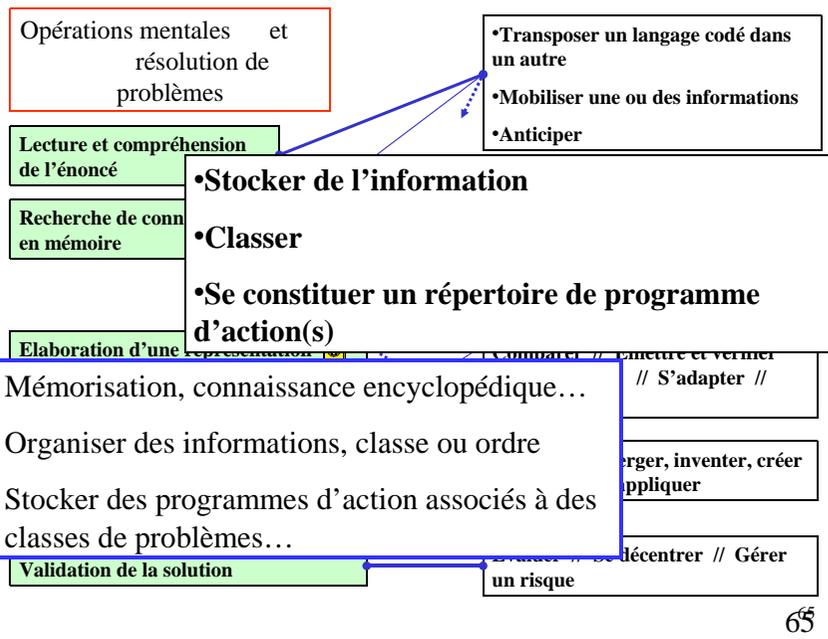
44

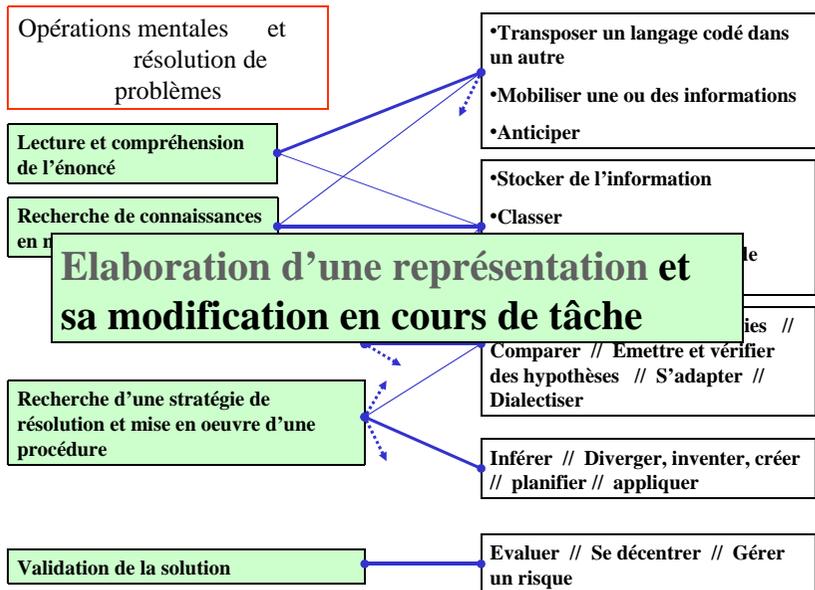
Le sens des techniques opératoires:

- Historique et remédiation (l'abaque)
- Connaissances procédurales (algorithme)
- En appui sur les propriétés (multiplication)
- Le calcul mental

La résolution de problèmes contribue à construire le sens des opérations.







69

De quoi est-il question lorsque l'on parle de représentation(s) ?

Y a-t-il des « niveaux » de représentation ?

.../...

70

Nous avons déjà vu ensemble les modes de représentation :

Concret

Pseudo-concret

Symbolique

Mise en mots

71

Des définitions selon les auteurs :

A. Migne :

Une représentation serait la manière dont un individu donné, à un moment donné, mobilise ses connaissances antérieures... pour développer une théorie personnelle.

JF Richard :

Les représentations sont des constructions circonstancielles faites dans un contexte particulier et à des fins spécifiques.

Ce que nous dit J. Julo :

Se représenter le problème c'est non seulement se représenter un objet particulier mais aussi se représenter la tâche particulière qui est associée à cet objet ».

« s'intéresser à la question de la représentation du problème c'est s'intéresser à l'ensemble des processus de découverte qui caractérisent l'activité de la résolution de problèmes ».

72

« Chez des élèves sans représentation... ??? »

Pas de représentation ?

- Représentation cohérente...
- Représentation incomplète...
- Représentation instable...
- Représentation inadéquate...

73

Processus de construction d'une représentation

Cf J. Julo

Les représentations particularisées sont construites suivant 3 processus :

- Processus d'interprétation et de sélection**
- Processus de structuration**
- Processus d'opérationnalisation

74

Qu'est-ce que résoudre un problème de mathématiques ?

- S'approprier le texte
- S'en donner une représentation
- Déterminer une stratégie personnelle, une procédure de résolution. (mathématiser le problème)
- Valider le résultat
- Travail collectif : échange des procédures

- Analyser
- Réaliser
- Critiquer, valider
- Rendre compte

75

Avant toute pratique d'accompagnement ou de remédiation...

Analyser les erreurs, écouter attentivement les échanges langagiers, observer finement les démarches...

Que font-ils ?

Que disent-ils ?

Quelles compétences utilisent-ils ?

Que réussissent-ils ?

.../...

La question des sollicitations de la part de l'enseignant ?

.../...

76

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

1°

Développer des « stratégies » de lecture d'énoncés de problèmes.

77

Développer des « stratégies » de lecture d'énoncés de problèmes.

- En mettant en évidence les spécificités de ce type d'écrit
- En aidant les élèves à un travail d'évocation pour se fabriquer une représentation précise de ce qui dit le texte

78

Développer des « stratégies » de lecture d'énoncés de problèmes.

Pour éviter la rupture entre la phase d'évocation et la phase de résolution, solliciter :

- Mime
- Dessin
- Schéma
- Reformulation

Cf. Travaux Ermel

79

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

2°

L'élaboration didactique...

80

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

- **Situations fonctionnelles**

- Situations pseudo-concrètes

- Situations abstraites
 - Situations jeux

- Problèmes ouverts

81

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

- Situations fonctionnelles

- **Situations pseudo-concrètes**

- Situations abstraites
 - Situations jeux

- Problèmes ouverts

82

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

- Situations fonctionnelles

- Situations pseudo-concrètes

- **Situations abstraites**
 - Situations jeux

- Problèmes ouverts

83

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

- Situations fonctionnelles

- Situations pseudo-concrètes

- **Situations abstraites**
 - Situations jeux

- Problèmes ouverts

84

Cf travaux de JP Georget

Quelques domaines des mathématiques dans lesquels on peut proposer des problèmes pour chercher :

Trouver toutes les cas répondant a certaines contraintes ou les dénombrer : trouver des premiers cas, plusieurs cas, tous les cas et en être sûr

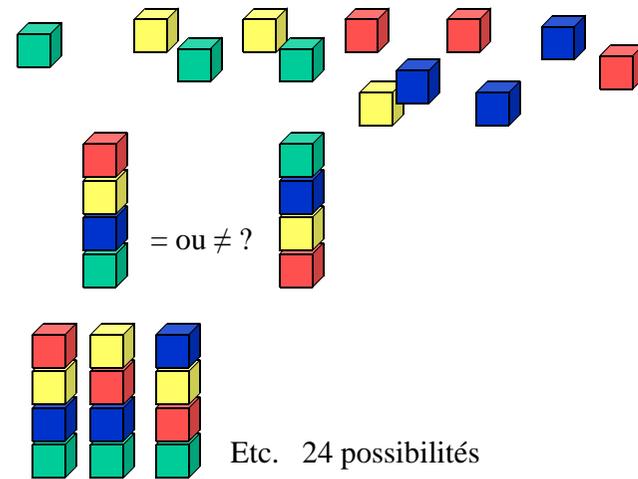
numération

géométrie

logique élémentaire

89

Construire le maximum de tours différentes avec 4 cubes de couleurs différentes (ERMEL CP).

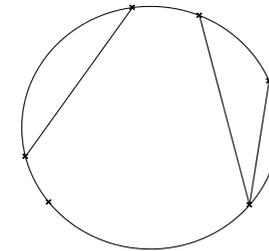


90

Recherche de tous les nombres de trois chiffres que l'on peut faire avec les chiffres 1, 3 et 5 (ERMEL CP).

- 111
- 113
- 115
- 131
- 135
- 151
- 153
- 155
- Etc...

91



On place des points sur un cercle. Combien de cordes peut-on tracer ?

source : ERMEL CM2

92

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

- Situations fonctionnelles
- Situations pseudo-concrètes
- Situations abstraites
 - Situations jeux
- **Problèmes ouverts**
 - Problèmes à chercher
 - **Problème avec variable** (mise en situation)

93

Diversité et nombre des problèmes qu'il faut proposer.

(Élaboration didactique)

Situations fonctionnelles / Situations pseudo-concrètes

Situations abstraites / Problèmes « ouverts »

Pratiquer les différentes situations!

94

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

3°

La théorie des champs conceptuels...

95

• **Analyse de situations et pistes de remédiation : Cadre théorique des champs conceptuels et résolution de problèmes.**

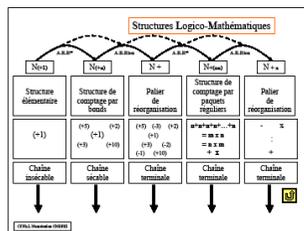
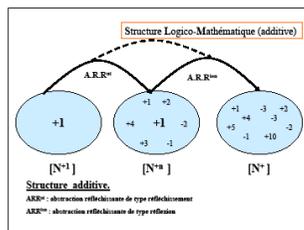
• **Ce n'est pas à travers un seul type de situations que l'addition et la soustraction peuvent prendre du sens, mais à travers une variété relativement grande de situations.**

96

STRUCTURE ADDITIVE

(Classification de Carpenter et Mooser)

1. La relation état initial / transformation / état final
2. La relation partie-partie-tout
3. La comparaison quantifiée d'un référé à un référent
4. La composition de deux transformations
5. Compositions de relations
6. Transformations d'une relation



97

1

Problèmes

	Ei	T	Ef	Op
Pb1 : Pierre avait 6 billes, il joue une partie avec Victor et en gagne 5. Combien en a-t-il maintenant ?	6	↗	?	+
Pb2 : Alain avait 9 billes, il joue une partie avec Antoine et en perd 3. Combien en a-t-il maintenant ?	9	↘	?	-
Pb3 : Paul avait 7 billes ; après avoir joué une partie, il en a 11. Que s'est-il passé ? En a-t-il gagné ou perdu ? Et combien de billes ?	7	?	11	-
Pb4 : Olivier avait 16 billes ; après avoir joué une partie, il en a 12. Que s'est-il passé ? En a-t-il gagné ou perdu ? Et combien de billes ?	16	?	12	-
Pb5 : Charlotte vient de gagner 3 billes. Elle en a maintenant 10. Combien en avait-elle avant de jouer ?	?	↗	10	-
Pb6 : Quentin vient de perdre 5 billes en jouant avec Simon. Il en a maintenant 3. Combien en avait-il avant de jouer ?	?	↘	3	+

98

Mise en évidence des théorèmes-en-acte nécessaires à la résolution des problèmes qui illustrent la relation état/transformation/état :

On cherche Ef Ef résulte de l'application à Ei de la transformation T

- Si T est une augmentation, il faut faire une addition.
- Si T est une diminution, il faut faire une soustraction.

On cherche T T résulte de la comparaison de Ef et de Ei.

- Si Ef est plus grand que Ei, l'état initial est augmenté de Ef - Ei.
- Si Ef est plus petit que Ei, l'état initial est diminué de Ei - Ef.

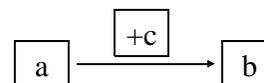
On cherche Ei Ei résulte de l'application à Ef de la transformation réciproque de la transformation directe.

- Si T est une augmentation, T-1 est une diminution.
- Si T est une diminution, T-1 est une augmentation.

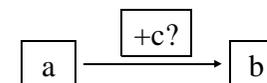
99

Schématisation de problèmes

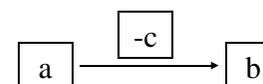
Transformations



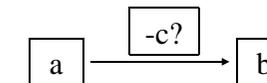
$$b = a + c$$



$$c = b - a$$



$$b = a - c$$



$$c = a - b$$

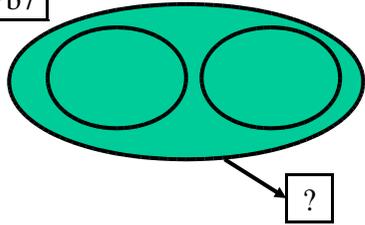
Etc.

100

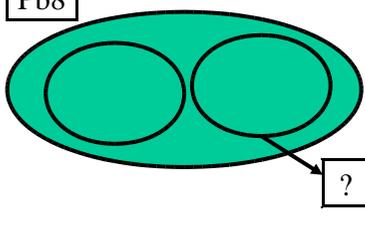
Relation Partie-Partie tout

Problèmes	Op
Pb7 : Jérôme a 7 billes en verre et 4 billes en acier. Combien en a-t-il en tout ?	
Pb8 : Karim a invité 9 enfants pour son anniversaire. 5 d'entre eux sont des garçons. Combien y a-t-il de filles ?	

Pb7



Pb8

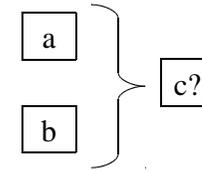


Diagrammes d'Euler-Venn

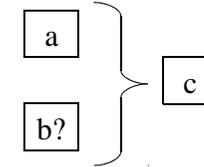
101

Schématisation de problèmes

Relation partie-partie tout



$$c = a + b$$



$$b = c - a$$

102

Comparaison quantifiée d'un référé à un réfèrent

Le référé désigne la quantité comparée.
Le réfèrent désigne la quantité par rapport à laquelle s'effectue la comparaison. Quantité parfaitement identifiée.
Michel a 7 ans de plus que Pierre. Pierre a 28 ans. Quel âge a Michel ?
L'âge de Pierre est le réfèrent. L'indication sur l'âge de Michel est le référé. 7 ans de plus est la comparaison quantifiée

103

Comparaison quantifiée d'un référé à un réfèrent

	Le référé est plus grand que le réfèrent	Le référé est plus petit que le réfèrent
On cherche le référé	Anne a 5 CD de plus que Charlène. Charlène en a 4. Combien Anne en a-t-elle ? <input type="text"/>	Anne a 3 jeux de moins que Carole. Carole en a 7. Combien Anne en a-t-elle ?
On cherche la relation	Myriam a 16 ans, Patrick en a 12. Combien d'années Patrick a-t-il de moins que Myriam ?	Yasmine a 16 ans, Patrick en a 22. Combien d'années Patrick a-t-il de plus que Myriam ?
On cherche le réfèrent	Paul a 4 ans de plus que sa sœur Céline. Il a 15 ans. Quel âge Céline a-t-elle ?	Pierre mesure 15 cm de moins qu'Alexandre. Il mesure 172 cm. Quelle est la taille d'Alexandre ?

104

L'enjeu didactique de la structure additive :

Parvenus à ce stade de la réflexion, il convient de ne pas se tromper sur l'enjeu didactique de la structure additive. Il ne s'agit pas d'une simple classification d'énoncés, mais plutôt d'une classification des raisonnements face à des problèmes de la structure additive. Et ce sont d'abord ces raisonnements qu'il faut chercher à développer et évaluer chez les élèves.

105

Points de vue différents sur catégorisation:

Un livre a 182 pages. J'en ai lu 47. Combien m'en reste-t-il à lire?

106

Points de vue différents sur catégorisation:

Un livre a 182 pages. J'en ai lu 47. Combien m'en reste-t-il à lire?

On peut se le représenter comme

un problème de **relation partie-partie-tout**

(une partie de 47 pages est l'élément d'un tout de 182 pages).

107

Points de vue différents sur catégorisation:

Un livre a 182 pages. J'en ai lu 47. Combien m'en reste-t-il à lire?

on peut se le représenter comme

un **problème de comparaison**

entre les pages déjà lues et les pages à lire (les 182 pages à lire sont combien de plus que les 47 pages lues ?).

108

Points de vue différents sur catégorisation:

Un livre a 182 pages. J'en ai lu 47. Combien m'en reste-t-il à lire?

on peut se le représenter comme

un problème de transformation

(l'état initial est constitué des 182 pages à lire, la transformation - 47 est donnée par l'indication *J'ai lu* et l'état final est le nombre de pages qui restent à lire).

109

L'enjeu didactique de la structure additive :

Parvenus à ce stade de la réflexion, il convient de ne pas se tromper sur l'enjeu didactique de la structure additive. Il ne s'agit pas d'une simple classification d'énoncés, mais plutôt d'une classification des raisonnements face à des problèmes de la structure additive. Et ce sont d'abord ces raisonnements qu'il faut chercher à développer et évaluer chez les élèves.

110

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

4°

L'aide à la représentation...

111

Place de la représentation dans la résolution de problème mathématique (Travaux de J. Julo et J. Houdebine (1988))

Une aide à la représentation constitue le véritable enjeu de l'enseignement des mathématiques. « *La représentation, au sens où l'entend la psychologie cognitive, n'est pas une simple reproduction ou une photographie d'une partie de notre environnement. Elle est le résultat d'une véritable activité mentale mettant en œuvre tout un ensemble de processus chargés de traiter les informations issues de cet environnement. [...]* » Jean Julo (1995)

112

Place de la représentation dans l'aide à la résolution de problème :
Travaux de J. Julo et J. Houdebine (1988)

Cette phase de représentation, qui est essentielle à la réussite des problèmes, n'est pas facile pour les élèves en difficulté. Leurs représentations sont souvent « *rigides et vulnérables* ». Il présente trois défauts dans l'acte de représentation à l'origine de l'échec en mathématiques :

- Représentation du problème fluctuante : instabilité des points de vue
- Représentation du problème incomplète : incohérence des éléments sélectionnés.
- Représentation du problème inadéquate : insensibilité aux contradictions.

113

Place de la représentation dans l'aide à la résolution de problème :
Travaux de J. Julo et J. Houdebine (1988)

- **Les problèmes isomorphes.**
- **Un problème dit « de base » est présenté par écrit aux élèves, en même temps que plusieurs variantes de ce même problème. Les élèves sont donc confrontés à une présentation simultanée de plusieurs problèmes annoncés comme équivalents c'est-à-dire même structure relationnelle et avec les mêmes valeurs numériques.**
- **La consigne leur demande de lire les différents problèmes et d'en choisir un et de le résoudre.**

114

PROBLEMES ISOMORPHES.

(même structure relationnelle et mêmes valeurs numériques)

Enoncé 1

On a 3 ficelles : une grande, une moyenne et une petite. Mises bout-à-bout elles mesurent 126 cm. La grande ficelle est 4 fois plus longue que la petite ; la moyenne est 2 fois plus longue que la petite.

Quelle est la longueur de chacune des ficelles ?

Enoncé 2

Michel, Pierre et Anne ont 126 ans à eux 3. Michel est 4 fois plus âgé qu'Anne.

Pierre est 2 fois plus âgé qu'Anne. Quel est l'âge de chacun d'eux ?

Enoncé 3

La somme de 3 nombres est 126. On va appeler ces nombres : nombre A, nombre B et nombre C. Le nombre A est 4 fois plus grand que le nombre C. Le nombre B est 2 fois plus grand que le nombre C.

Trouver les nombres A, B et C ?

115

PROBLEMES ISOMORPHES

Exemple 2

Enoncé 1

Un directeur achète 12 sièges dactylo pour la salle informatique. Chaque siège vaut 86€. Pour chaque achat supérieur à 10 sièges, il y a une remise de $\frac{1}{4}$ du prix par siège. Quel sera le montant de la facture ?

Enoncé 2

Un voyage organisé propose une sortie d'une journée au prix de 86€. Pour tout groupe de plus de 10 personnes, la compagnie accorde une réduction de 25%. Quel sera le coût du voyage pour un groupe de 12 personnes ?

Enoncé 3

Un restaurateur prévoit 86 ml de Rhum par personne pour réaliser un punch. Quand le groupe dépasse 10 personnes, il réduit cette proportion d'un quart. Quelle quantité de rhum lui faudra-t-il pour une réception de 12 personnes ?

116

Place de la représentation dans l'aide à la résolution de problème :

Enoncé :

On a 3 ficelles, une rouge, une jaune, une verte qui mises bout-à-bout mesurent 240 cm.

La rouge est 3 fois plus longue que la jaune.

La verte est 4 fois plus longue que la jaune.

Quelle est la longueur de chacune des ficelles ?

• **Aide A :** elle est constitué d'affirmation du type

« si la ficelle jaune mesurait 50 cm alors la ficelle rouge devrait mesurer 150 cm d'après le texte du problème. »

« Si la ficelle jaune mesurait 20 cm alors la ficelle verte devrait mesurer 60 cm d'après le texte du problème. »

L'élève doit décider pour chacune des propositions si elle est VRAIE ou FAUSSE d'après le texte du problème.

117

Aide G : elle concerne la présentation d'une partie des données sous forme graphique. Plusieurs schémas sont présentés aux élèves qui doivent repérer celui qui « correspond » au problème posé.

	Rouge	/-----/-----/-----/
Schéma 1	Jaune	/-----/
	Verte	/-----/-----/

	Rouge	/-----/-----/-----/
Schéma 2	Jaune	/-----/-----/-----/-----/
	Verte	/-----/

	Rouge	/-----/-----/-----/
Schéma 3	Jaune	/-----/
	Verte	/-----/-----/-----/-----/

118

Aide G : elle concerne la présentation d'une partie des données sous forme graphique. Plusieurs schémas sont présentés aux élèves qui doivent repérer celui qui « correspond » au problème posé.

	Rouge	/-----/-----/-----/-----/
Schéma 1	Jaune	/-----/
	Verte	/-----/-----/

	Rouge	/-----/-----/-----/
Schéma 2	Jaune	/-----/-----/-----/-----/
	Verte	/-----/

	Rouge	/-----/-----/-----/
Schéma 3	Jaune	/-----/
	Verte	/-----/-----/-----/-----/

R > 3J // V > 4J

119

5 départements constituent une région dont la population atteindrait 5 millions d'habitants.

- Le département A contient 35% de cette population.
- Le département B contient 10% de cette population.
- Les départements C et D contiennent chacun 20% de la population.
- Enfin 15% de la population habitent le département E.

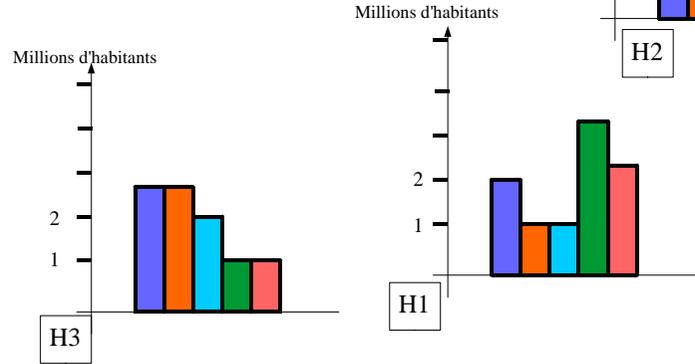
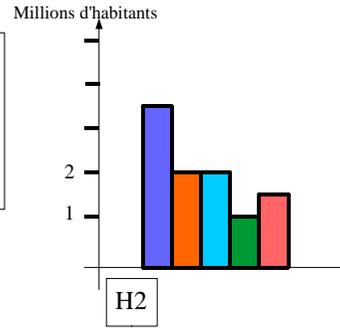
Quelle est la population de chacun des départements ?

120

5 départements constituent une région dont la population atteindrait 5 millions d'habitants.

- Le département A contient 35% de cette population.
- Le département B contient 10% de cette population.
- Les départements C et D contiennent chacun 20% de la population.
- Enfin 15% de la population habitent le département E.

Quelle est la population de chacun des départements ?



121

Aides sur-ajoutées :

Base : problèmes isomorphes

Aides à disposition :

- Aide A

- Aide G

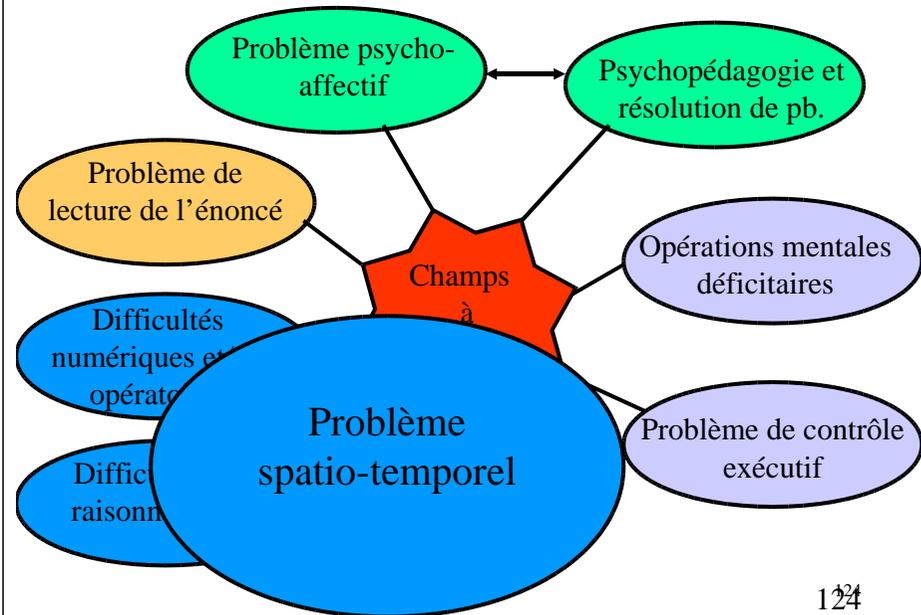
122

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

5°

L'espace temps...

123



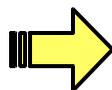
124

Travailler « autour » du problème.

K. Florentin

Problème et espace-temps
Problème et logique

Exemple de la boîte à transformation



125

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

6°

Eléments de réflexion...

126

Importance de la présentation

Exemple de problème identique dont la présentation va influencer la résolution.

Aire de la surface du carré

Influence de la taille des données numériques et résolution de problèmes.

Concordance/discordance entre représentation initiale et économie de résolution numérique.

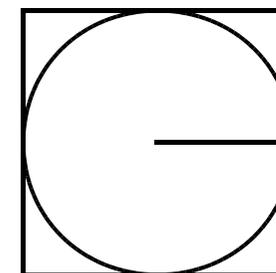
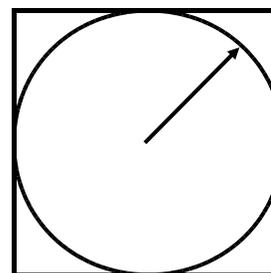
127

Quelle l'aire de la surface du carré ?

La flèche part du centre du cercle et mesure ...

Situation 1

Situation 2



128

Importance de la présentation

Exemple de problème identique dont la présentation va influencer la résolution.

Aire de la surface du carré

Influence de la taille des données numériques et résolution de problèmes.

Concordance/discordance entre représentation initiale et économie de résolution numérique.

129

Résolution de problèmes et taille des données numériques

M1 : Quel est le prix de 3 jeux « vidéo » à 50 euros l'un?

M2 : Quel est le prix de 50 jeux « vidéo » à 3 euros l'un?

130

Quelle(s) pratique(s) en résolution de problèmes mathématiques ?

7° Autres activités...

131

Autre travail possible :

Liens données / réponses

Liens données / Questions

Liens solutions / Énoncés

.../...

132

Trouver le lien entre les données et la question.

Relie par une flèche les données aux questions.

Données

Questions

Dans un collège sont inscrits 350 externes et 150 pensionnaires.

→ Quel sera mon âge en 2010 ?

J'ai 25 ans en 2004.

→ Quelle est l'année de naissance de mon père ?

Un pull coûtait 60€. Il est soldé 30 €.

→ Combien d'élèves sont inscrits dans le collège ?

Mon père a eu 50 ans en 2000.

→ Quel est le pourcentage de réduction ?

133

Trouver le lien entre les données et la réponse.

Relie par une flèche les données à leur réponse. Attention : tu peux avoir plusieurs possibilités

Données

Réponses

J'ai roulé pendant 2 heures à la vitesse de 75km/h.

→ J'ai payé 13,50€.

J'achète un jouet 15€, le commerçant me fait 10% de remise

→ La largeur du rectangle est 10cm.

La longueur d'un rectangle est 15cm. Son aire est 150 cm².

→ J'ai parcouru 150 km.

→ Ma remise est de 1,50€.

134

Pour chacune des questions suivantes, entoure la ou les réponses possibles et surligne le mot (ou les mots) de la question qui t'a aidé à le savoir.

Lequel a régné le plus longtemps ?

72ans / Louis XIV / en 1715

Combien de fois devra-t-il le remplir la cuve ?

en 56 / 24 litres / le lendemain / 12 fois / oui

Quelle est la longueur d'un côté ?

8 heures / c'est trop long / 12 cm / oui

Aura-t-il assez d'argent pour payer ses achats ?

45 euros / oui / 25 kg / non /

A-t-il raison ?

non / 25 / à Marseille / oui

Pourquoi est-il tombé ?

152 kg / oui / parce qu'il est trop lourd /

135

H. Planchon :

“Encore faut-il pour cela que l'individu ait réussi à s'engager effectivement et pleinement dans un processus de recherche; ce qui n'a rien d'évident; qu'on en juge:

Pour traiter un problème, en effet, il faut pouvoir (et l'énumération n'est pas exhaustive)

- **se prendre au jeu d'une recherche gratuite par certains côtés,**
- **supporter des émotions souvent intenses,**
- **s'activer à imaginer des hypothèses, à bâtir des stratégies, à alimenter un questionnement permanent,**
- **s'arracher à la paralysie qui tend à envahir l'esprit,**
- **se hasarder dans l'inconnu sans savoir si l'on va trouver,**
- **tolérer un certain désordre intérieur,**
- **se plier à vérifier et critiquer les cheminements dans lesquels on s'est engagé,**
- **s'exposer à l'erreur et à l'échec.**

Autant dire qu'à la violence et à l'insistance du problème doivent répondre l'audace et la ténacité de celui qui entreprend de s'y colleter.”

136

Le perrogator

Y a comme un
problème..??!!..

**Merci de
votre
attention**



137