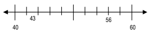
Comprendre pour intervenir…

- Rappels.
- Au-delà des premiers apprentissages numériques…
- Suite conférence sur les nombres aux CII:
  - Les fractions
  - Les nombres décimaux
- …/…



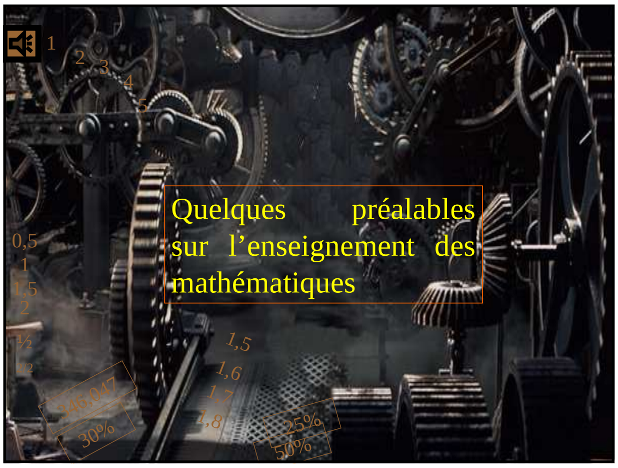
Michel VINAIS

michelvinais@orange.fr

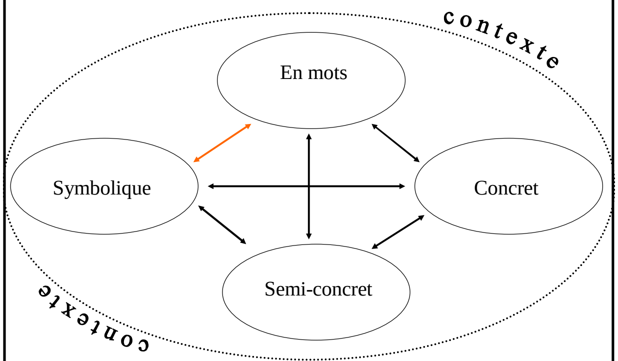
1

Cf. diaporama :
- Travaux canadiens sur les mathématiques
- J. Bideaud et H. Lehalle « La conquête du nombre et ses chemins chez l'enfant ».
- Anne Van Hout / Claire Meljac Troubles du calcul et dyscalculiesnchez l'enfant. Ed Masson
- S.Baruk. « Dictionnaire des mathématiques élémentaires » Le seuil
- Travaux de Fennell « Representation—Show me the Math! » Roles of Representation in School Mathematics et Developing Graph Comprehension : Elementary and Middle School Activities: Frances R.
- VAN DE WALLE, John A., et Sandra FOLK. 2005. *Elementary and Middle School Mathematics:Teaching Developmentally*, éd. canadienne, Toronto
- BAROODY, Arthur J., et Ronald T. COSLICK. 1998. *Fostering Children's Mathematical Power: An Investigative Approach to K-8 Mathematics Instruction*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates,
- BAROODY, Arthur J. 2004. « The Developmental Bases For Early Childhood Number and Operations Standards », dans Douglas H. Clements, Julie Sarama et Anne- Marie DiBiase (Éd.), *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematic Education*, Mahwah (NJ), Lawrence Erlbaum Associates.
- Travaux de J Piaget, de G.Vergnaud, de R Charnay…

2

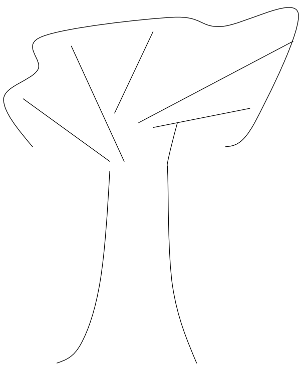


Modes de représentation



4

Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval



6

Questionnement

Questionner pour la réflexion plutôt que pour l'évaluation.
Questionner, plutôt que fournir l'information.
Questionner : la qualité plutôt que la quantité.

Ainsi par le questionnement :
- l'élève reconnaît ce qu'il a fait et même bien fait;
- l'élève établit des liens;
- l'élève apprend.

14

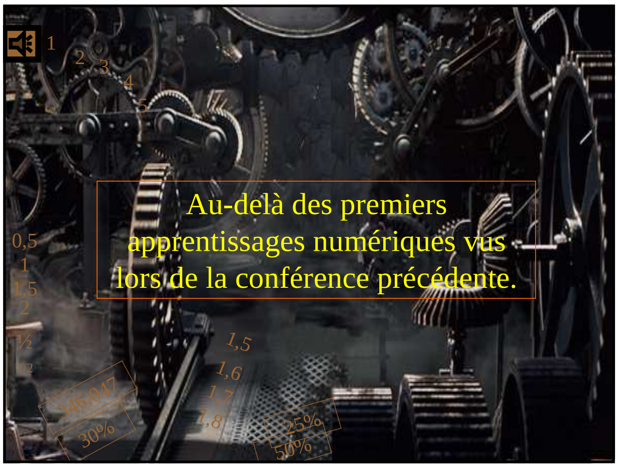
En classe, il s'agit :

- de rendre l'information disponible et accessible de plusieurs façons;
- de moins « dire » à l'élève mais le lui représenter;
- de moins « dire » à l'élève mais favoriser la réflexion et l'analyse.

L'enseignant le « dit » , l'élève « comprend » ce qui lui est dit mais les liens ne sont pas nécessairement établis. Les liens (fruit de l'apprentissage) se créeront en étant exposé à une multitude de représentations variées.

Si l'élève n'est pas amené à réfléchir, la compréhension demeure superficielle (procédurale et mémorisée).

15



Les nombres constituent un concept complexe et multidimensionnel. Une compréhension approfondie en numération nécessite non seulement la capacité de compter et de reconnaître les symboles, mais aussi une compréhension des rapports complexes entre « plus » et « moins » et entre « la partie » et « le tout », du rôle particulier de certains nombres comme cinq et dix, des liens entre les nombres, les quantités réelles et les mesures dans le milieu, etc.

Ceci amène à quelques rappels :

17

Dénombrer requiert à la fois d'être capable de compter, de reconnaître les symboles et de comprendre les rapports entre les nombres et les quantités.

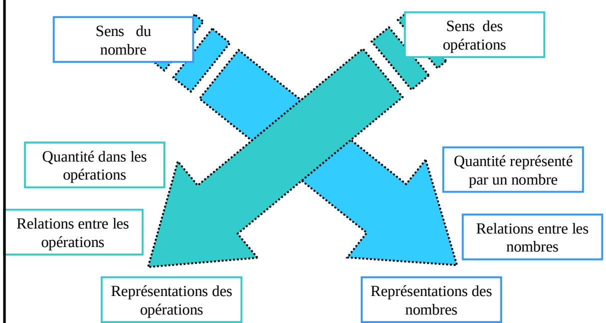
Quantifier signifie associer un nombre à ce qui peut être dénombré ou mesuré.

Étudier les relations entre les nombres amène à reconnaître des régularités et à établir des liens importants.

Représenter symboliquement un nombre suppose de saisir à la fois les concepts de chiffre, de nombre, de quantité, de rang et de valeur de position.

Saisir le sens des opérations exige de comprendre les concepts et les procédures qui entrent en jeu dans les opérations arithmétiques.

18

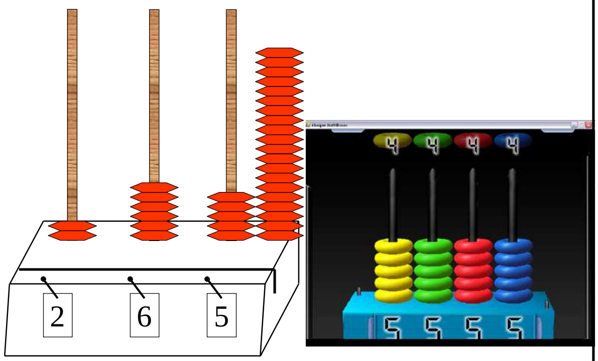


Approches à la fois complémentaires et interdépendantes, l'une ne pouvant exister sans l'autre. Avoir le sens du nombre, c'est comprendre les nombres, ce qu'ils représentent. Cette compréhension est essentielle pour saisir ce qui arrive aux nombres au cours des opérations.

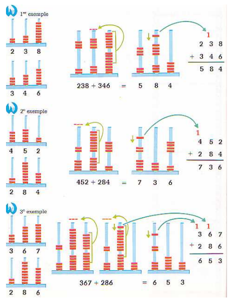
20

Lors de la conférence précédente nous avions survolé l'intérêt d'un outil comme l'abaque pour la compréhension du nombre mais aussi pour la structuration opératoire… je vous propose d'y revenir quelques instants…

21



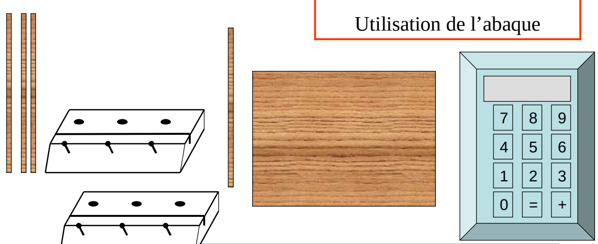
22

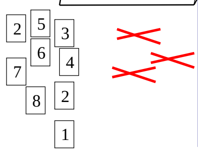


23

Restructuration opératoire

Utilisation de l'abaque





Tps 1 : Histoire de l'abaque et des abacistes

Tps 2 : Appropriation de l'abaque

Tps 3 : Compter sur l'abaque

Tps 4 : Restructuration opératoire : l'addition

Tps 5 : Restructuration opératoire : la soustraction

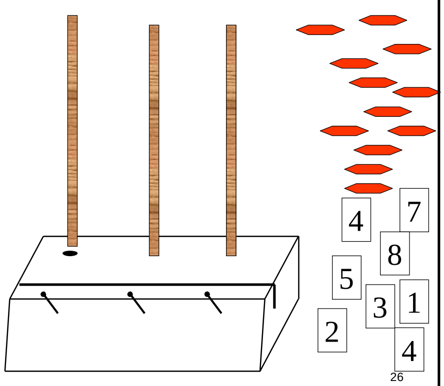
24

Temps 2

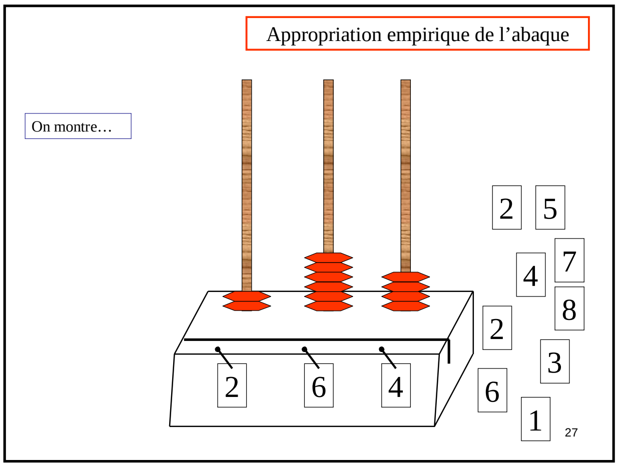
Appropriation empirique de l'abaque

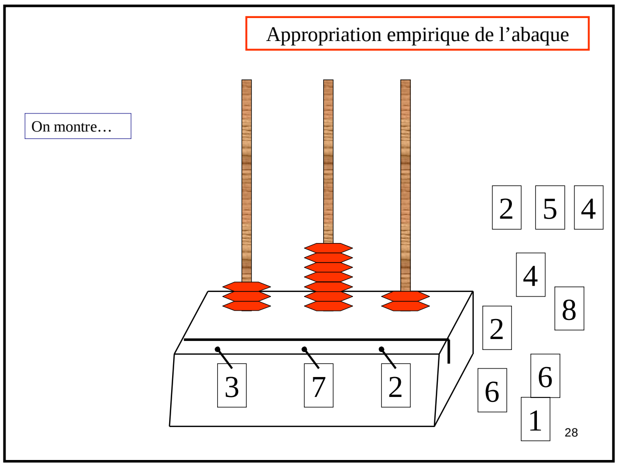
25

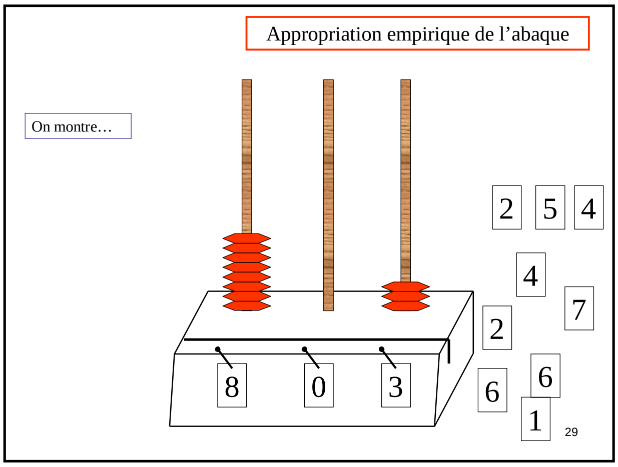
Appropriation empirique de l'abaque

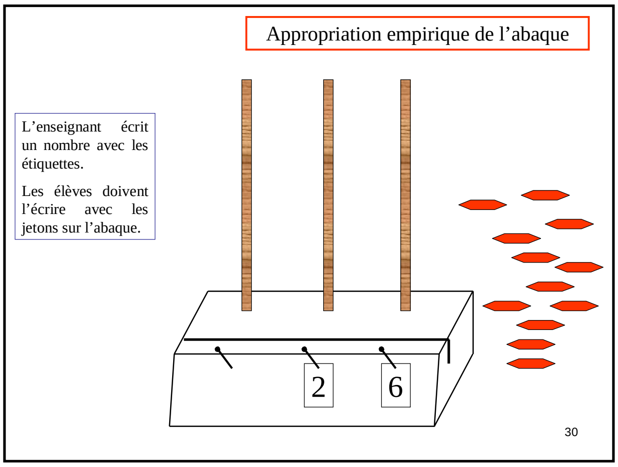


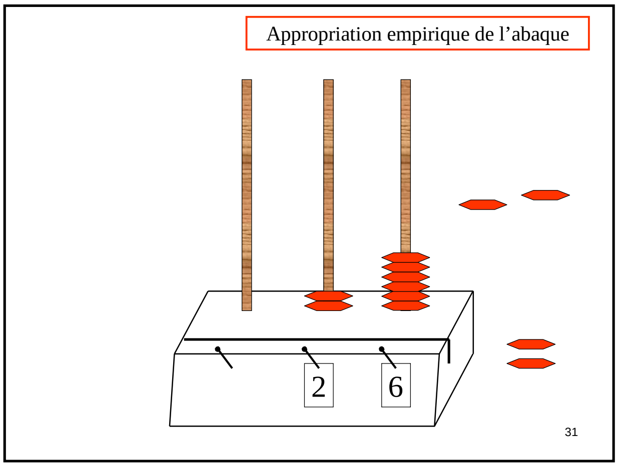
26

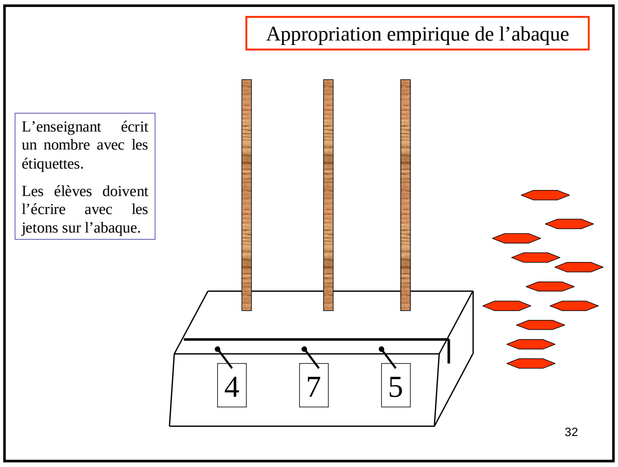

Appropriation empirique de l'abaque
On montre…
2 6 4
2 5 4 7 8 2 3 6 1
27


Appropriation empirique de l'abaque
On montre…
3 7 2
2 5 4 4 8 2 6 6 1
28


Appropriation empirique de l'abaque
On montre…
8 0 3
2 5 4 4 7 2 6 6 1
29


Appropriation empirique de l'abaque
L'enseignant écrit un nombre avec les étiquettes.
Les élèves doivent l'écrire avec les jetons sur l'abaque.
2 6
30

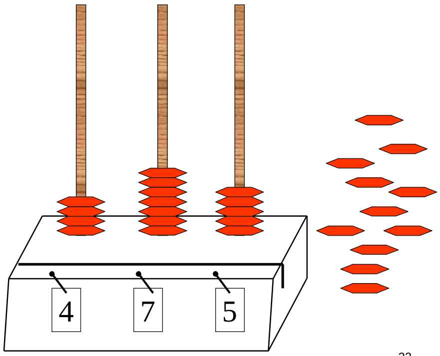

Appropriation empirique de l'abaque
2 6
31


Appropriation empirique de l'abaque
L'enseignant écrit un nombre avec les étiquettes.
Les élèves doivent l'écrire avec les jetons sur l'abaque.
4 7 5
32

Appropriation empirique de l'abaque

L'enseignant écrit un nombre avec les étiquettes.

Les élèves doivent l'écrire avec les jetons sur l'abaque.

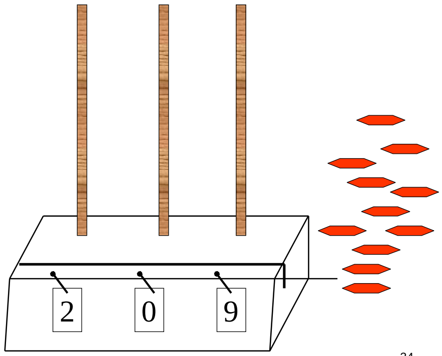


33

Appropriation empirique de l'abaque

L'enseignant écrit un nombre avec les étiquettes.

Les élèves doivent l'écrire avec les jetons sur l'abaque.

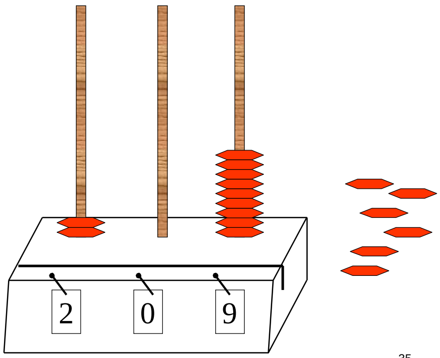


34

Appropriation empirique de l'abaque

L'enseignant écrit un nombre avec les étiquettes.

Les élèves doivent l'écrire avec les jetons sur l'abaque.

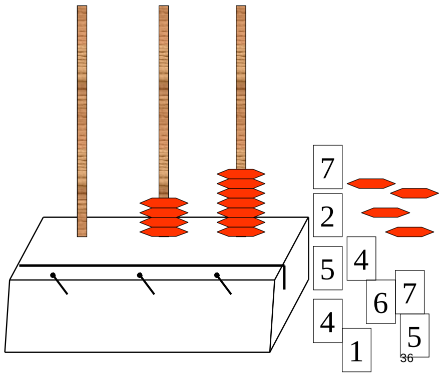


35

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.

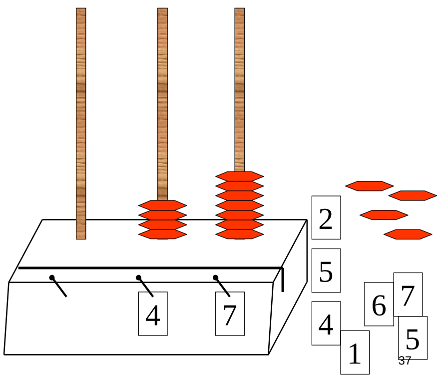


36

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.

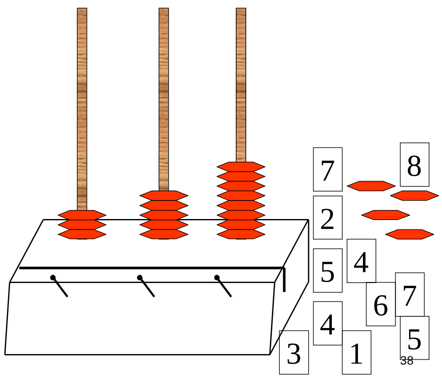


37

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.

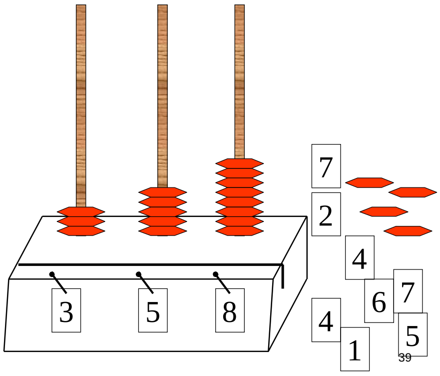


38

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.

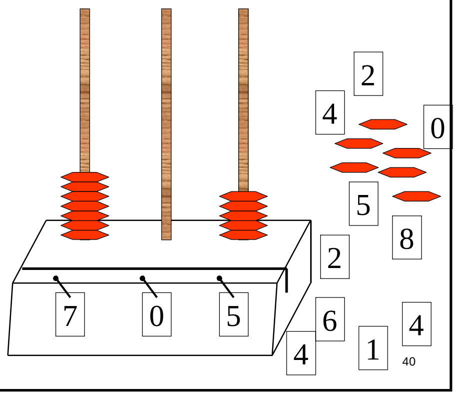


39

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.

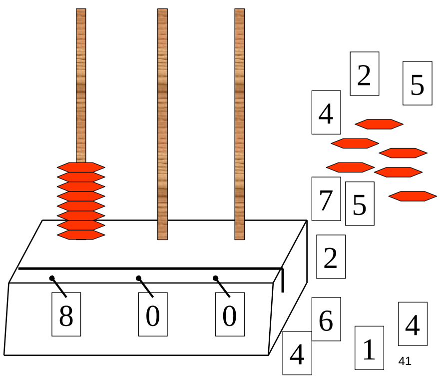


40

Appropriation empirique de l'abaque

Réciproquement : L'enseignant écrit un nombre avec les jetons sur abaque.

Les élèves doivent l'écrire avec les étiquettes.



41

Temps 3

Compter sur l'abaque

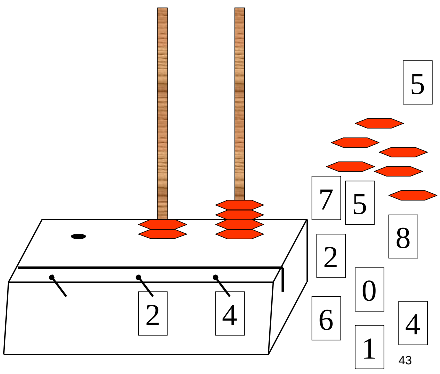
Sens direct et indirect

42

Compter sur l'abaque SD

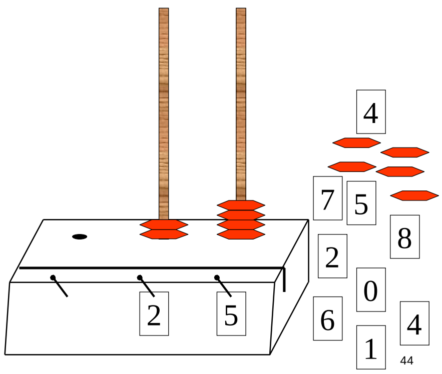
On compte… on verbalise…

Faire…dire…représ enter..

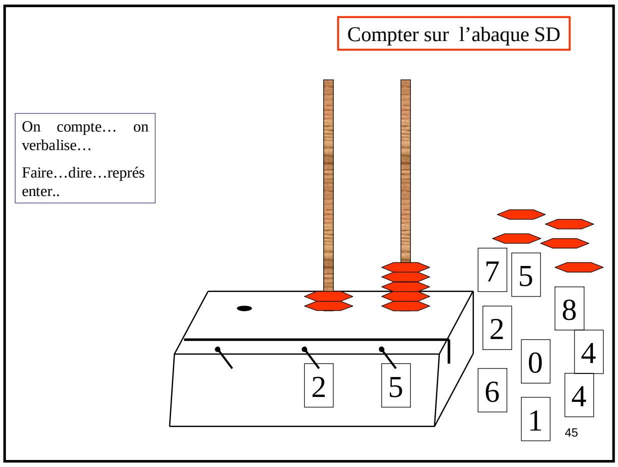


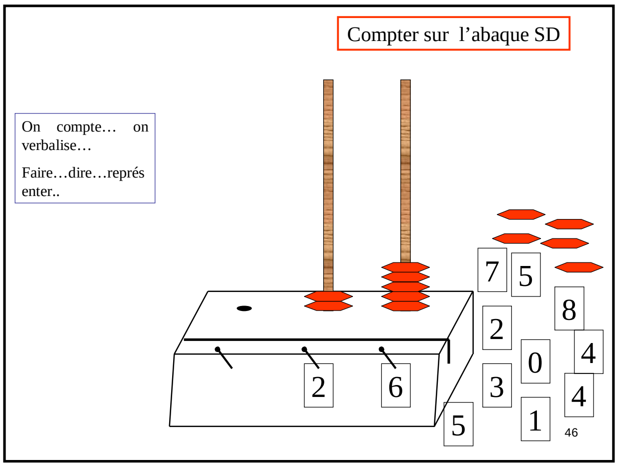
43

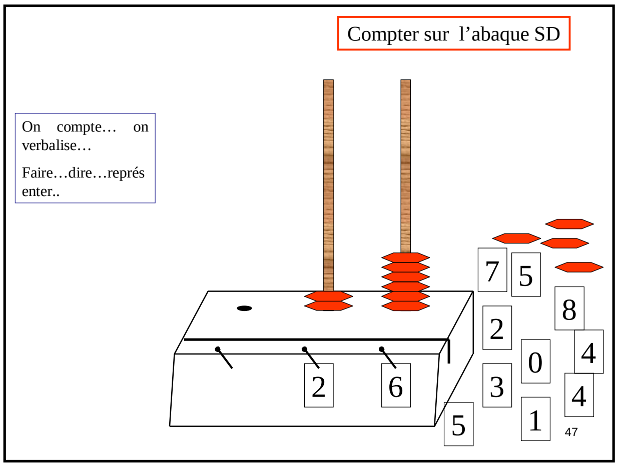
Compter sur l'abaque SD

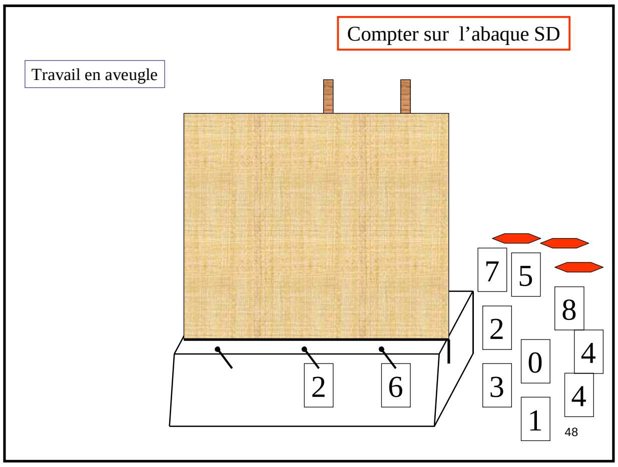


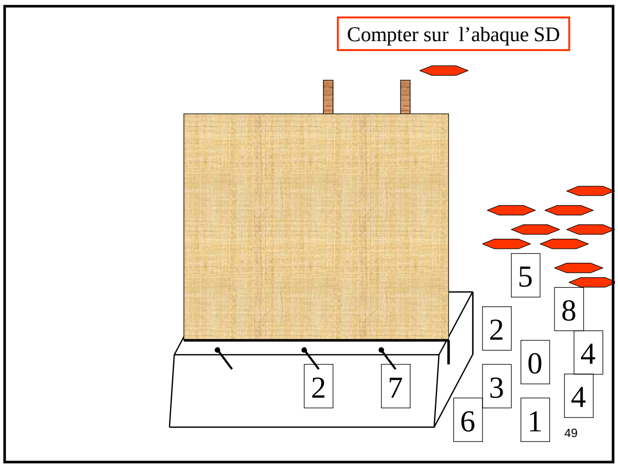
44

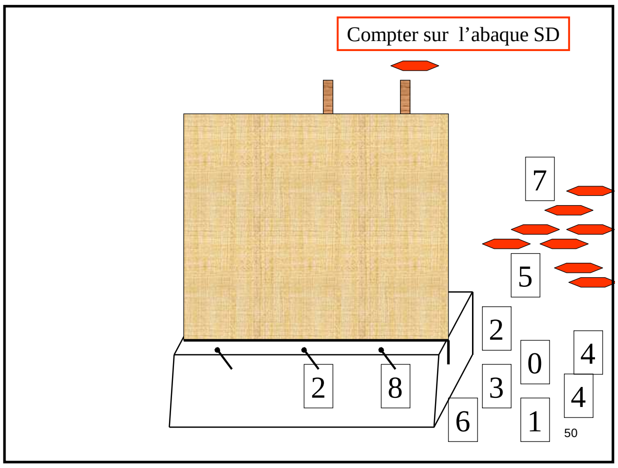

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représ enter..
2 5
45

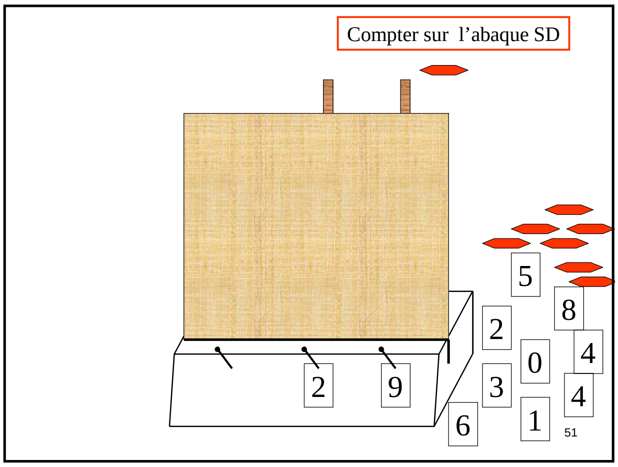

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représ enter..
2 6
46

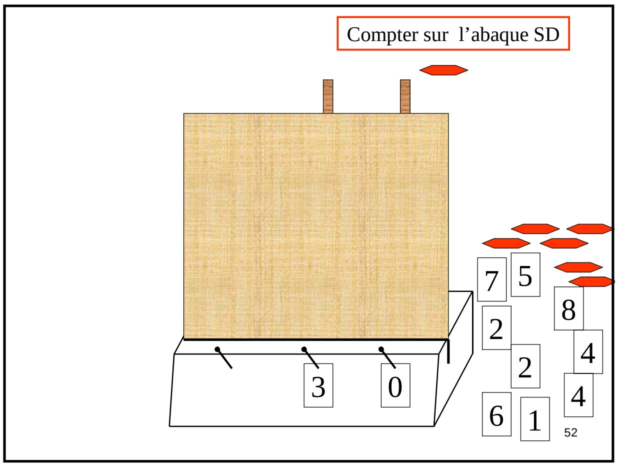

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représ enter..
2 6
47

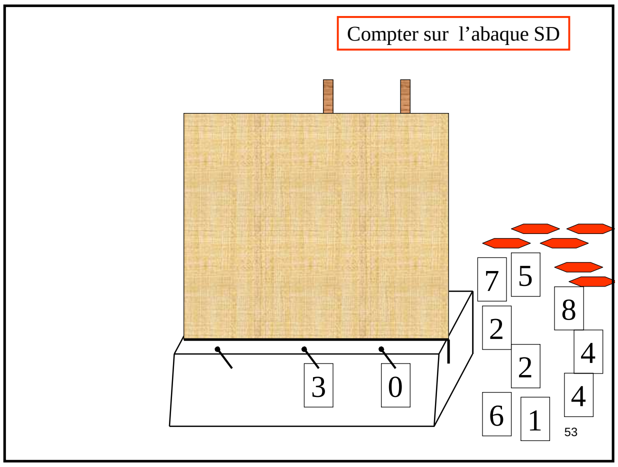

Compter sur l'abaque SD
Travail en aveugle
2 6
48

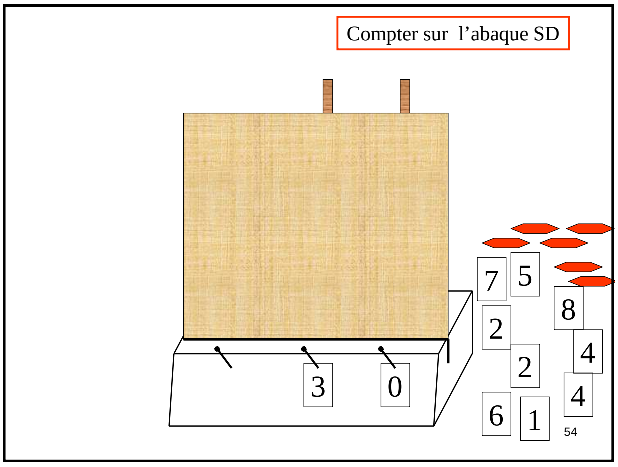

Compter sur l'abaque SD
2 7
49

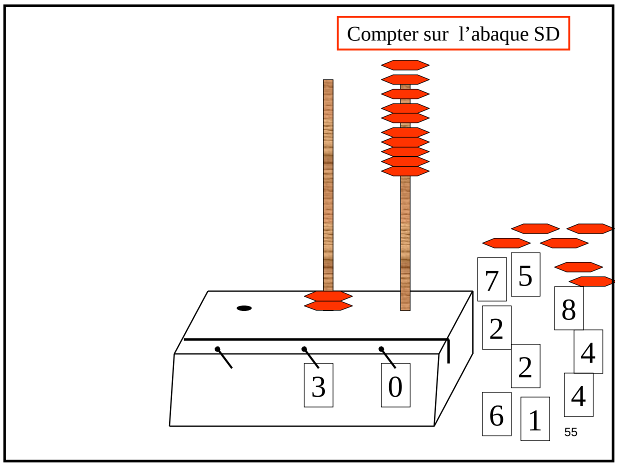

Compter sur l'abaque SD
2 8
50

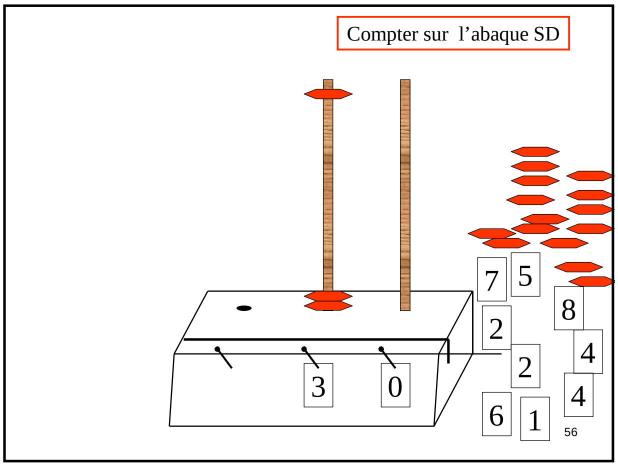

Compter sur l'abaque SD
2
9
5
2
0
8
4
3
4
6
1
51

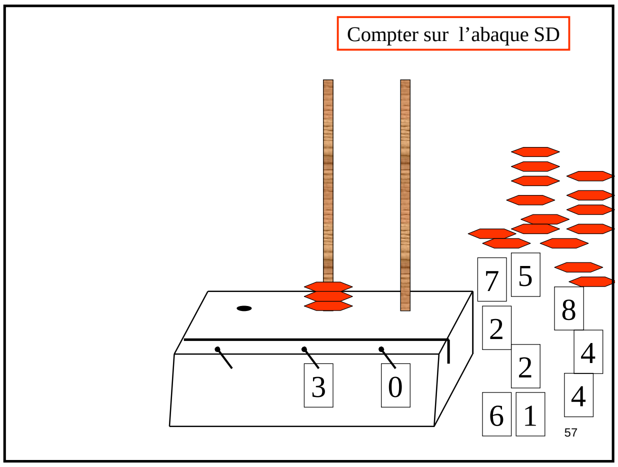

Compter sur l'abaque SD
3
0
7
5
2
8
4
2
4
6
1
52

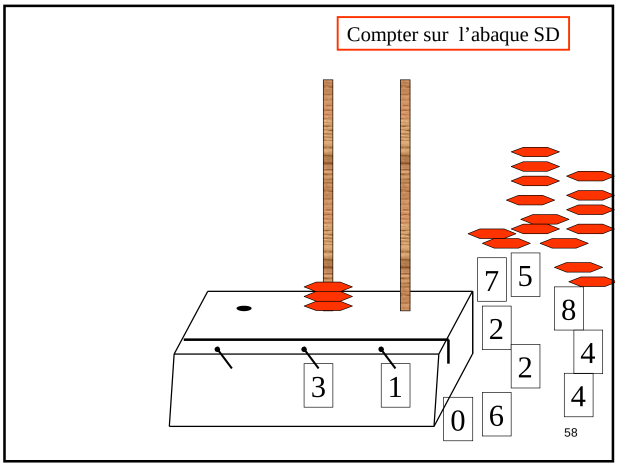

Compter sur l'abaque SD
3
0
7
5
2
8
4
2
4
6
1
53

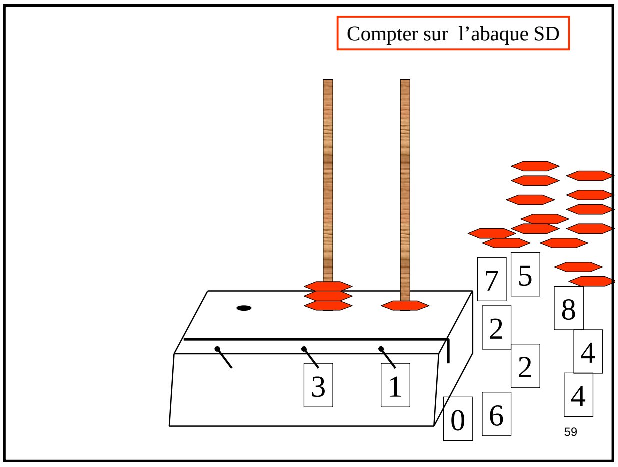

Compter sur l'abaque SD
3
0
7
5
2
8
4
2
4
6
1
54

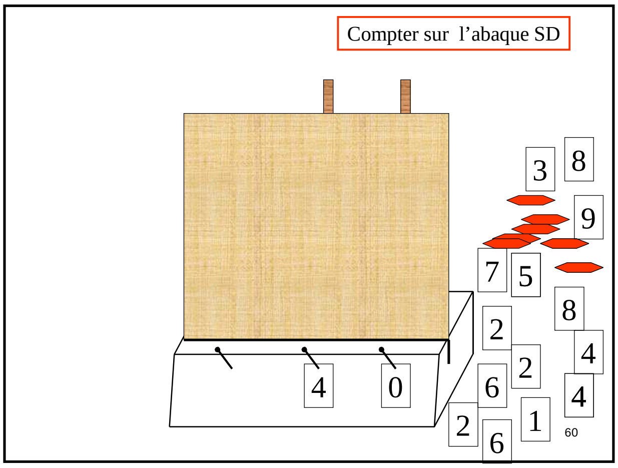

Compter sur l'abaque SD
3
0
7
5
2
8
4
2
4
6
1
55

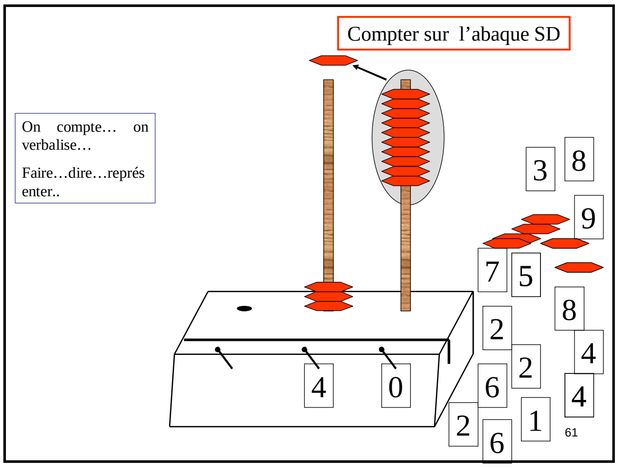

Compter sur l'abaque SD
3
0
7
5
2
8
4
2
4
6
1
56

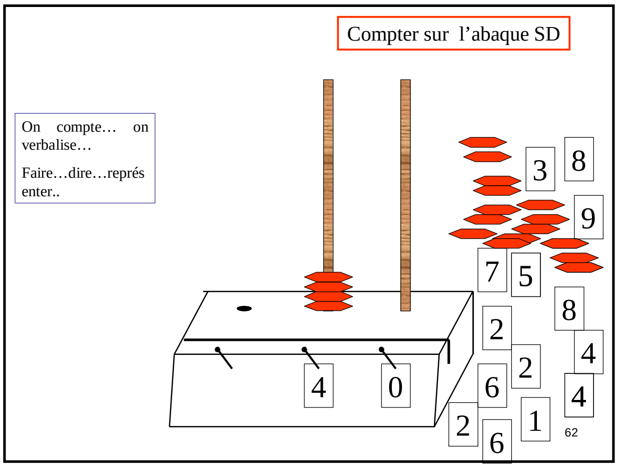

Compter sur l'abaque SD
57

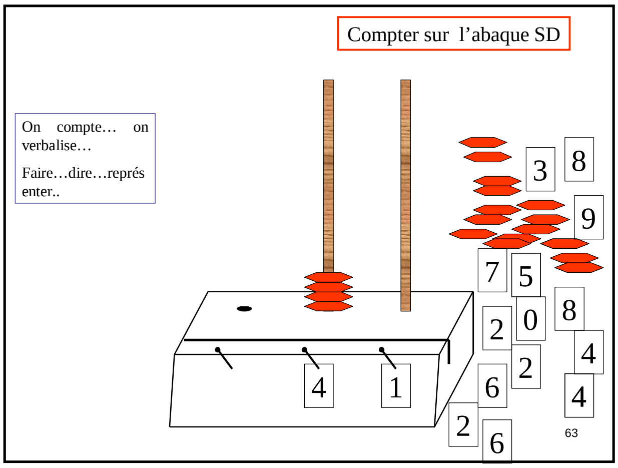

Compter sur l'abaque SD
58

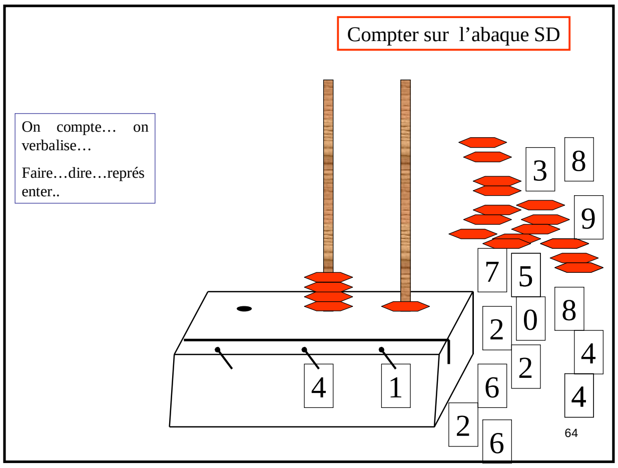

Compter sur l'abaque SD
59

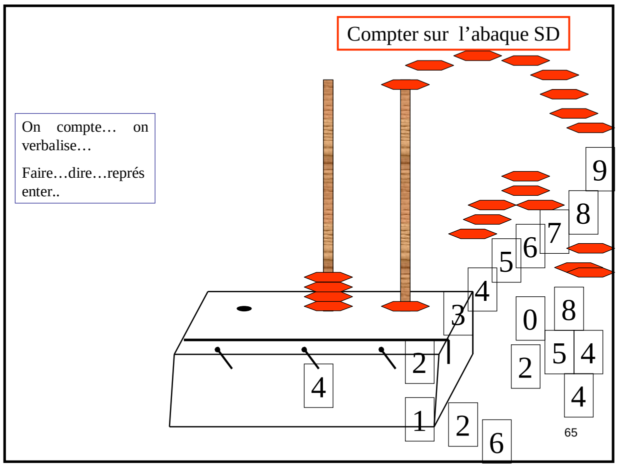

Compter sur l'abaque SD
60

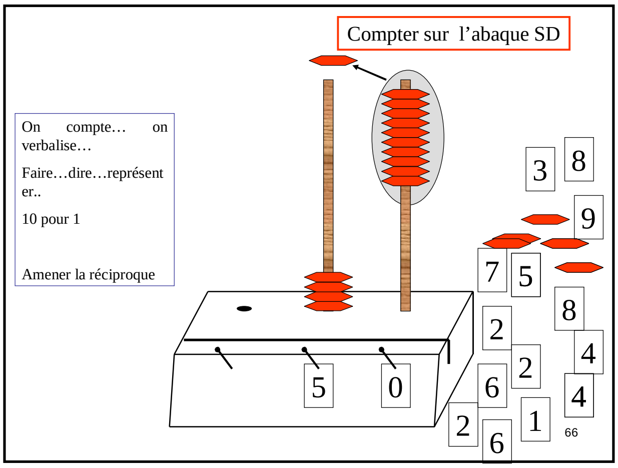

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représ enter..
61

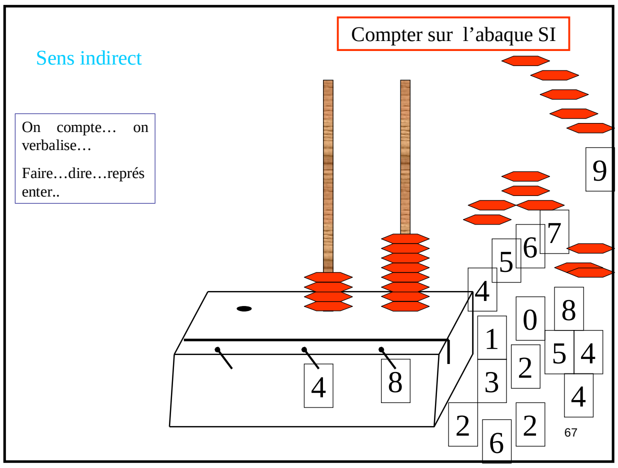

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représ enter..
62

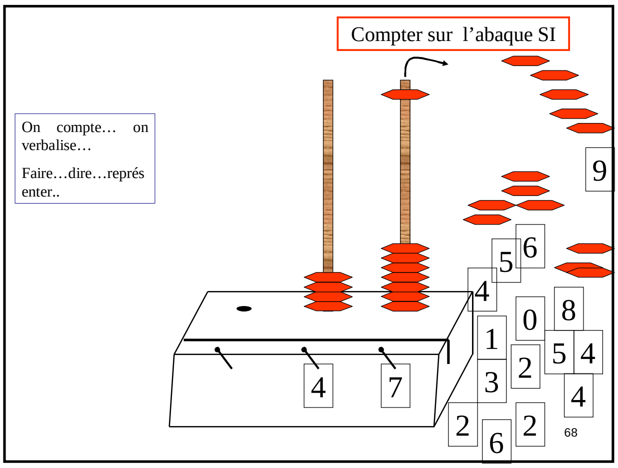

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
4
1
63

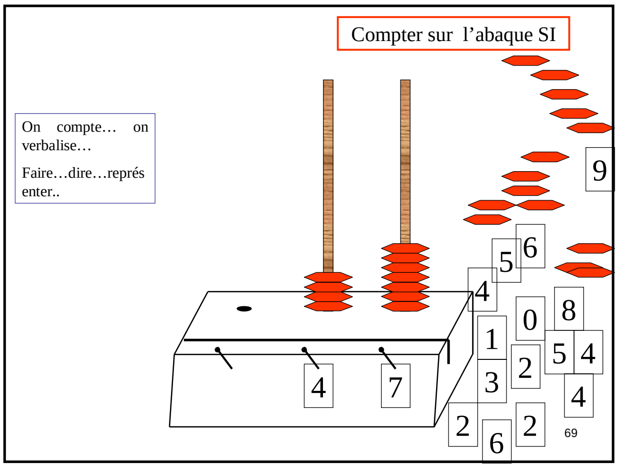

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
4
1
64

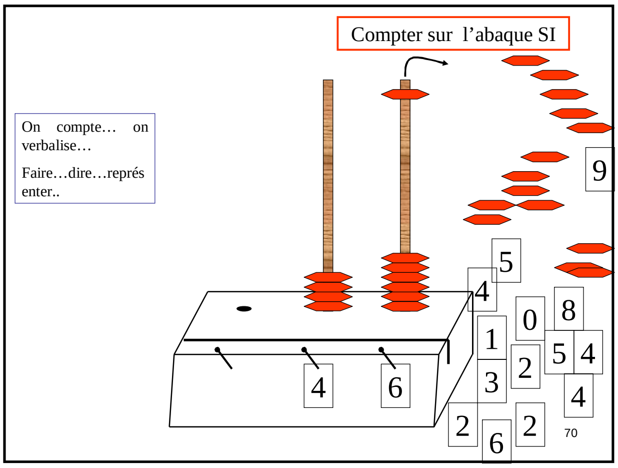

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
4
65

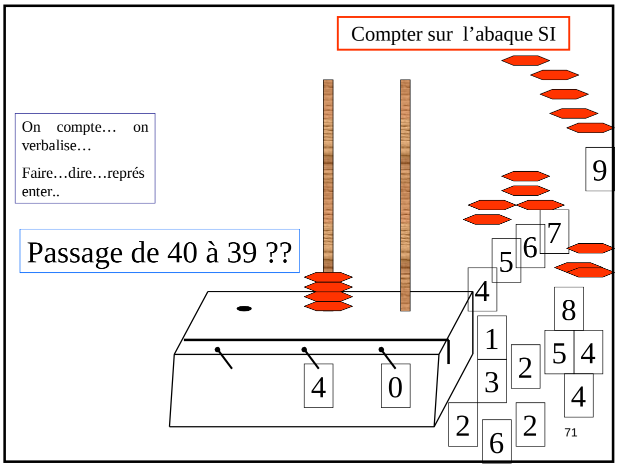

Compter sur l'abaque SD
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
10 pour 1
Amener la réciproque
5
0
66

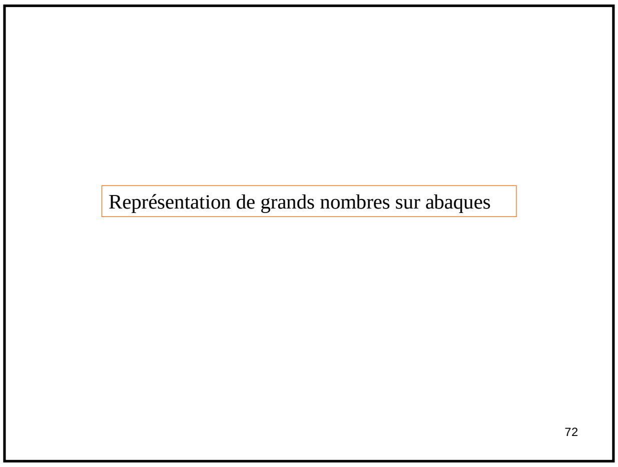

Sens indirect
Compter sur l'abaque SI
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
4
8
67

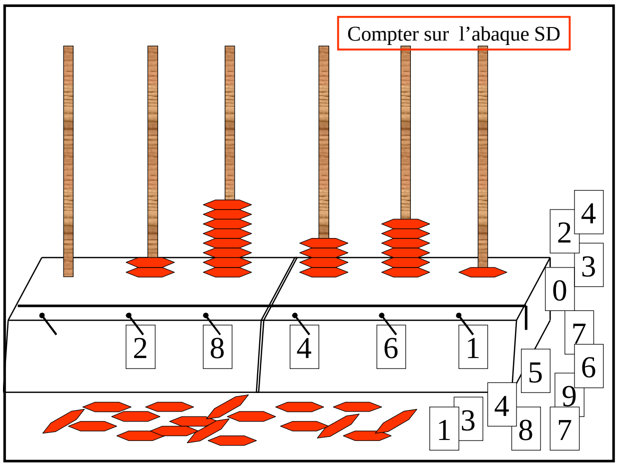

Compter sur l'abaque SI
On compte… on verbalise…
Faire…dire…représenter..
4
7
68

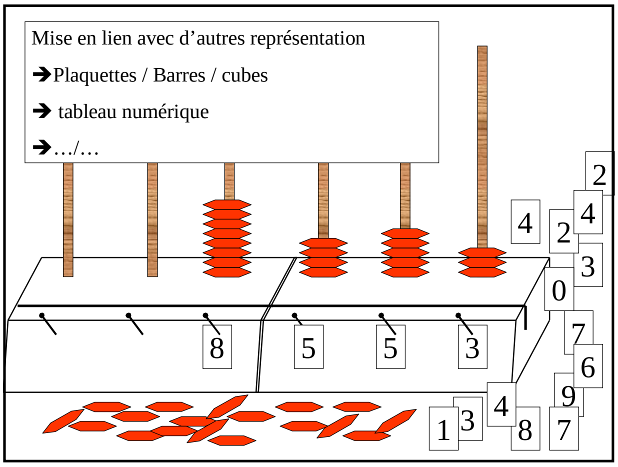

Compter sur l'abaque SI
On compte… on verbalise…
Faire…dire…reprér enter..
4 7
69


Compter sur l'abaque SI
On compte… on verbalise…
Faire…dire…reprér enter..
4 6
70


Compter sur l'abaque SI
On compte… on verbalise…
Faire…dire…reprér enter..
Passage de 40 à 39 ??
4 0
71


Représentation de grands nombres sur abaques
72


Compter sur l'abaque SD
2 8 4 6 1


Mise en lien avec d'autres représentation
→Plaquettes / Barres / cubes
→ tableau numérique
→…/…
8 5 5 3

Utilisation des tableaux numériques pour les grands nombres

	Mille			Unités simples		
	centaine	dizaine	unité	Centaine	dizaine	unités

	Centaines de milliers	Dizaines de milliers	Milliers	Centaine	dizaine	unités

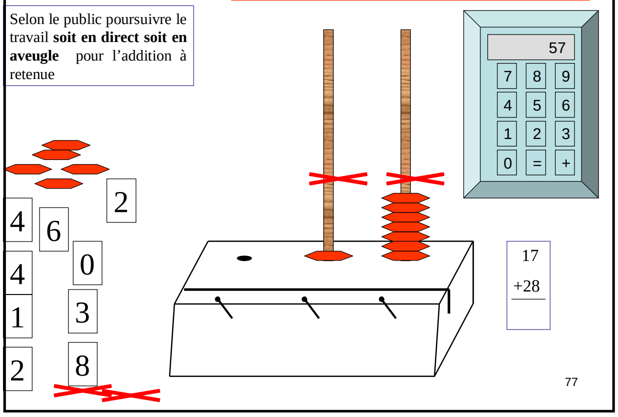
75

Additions sur abaque

76

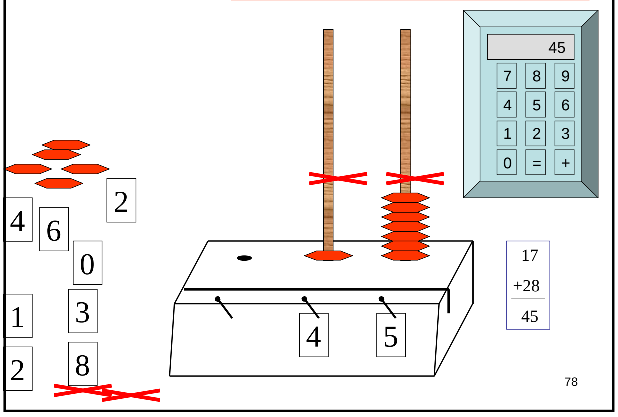
Restructuration opératoire : l'addition

Selon le public poursuivre le travail **soit en direct soit en aveugle** pour l'addition à retenue



77

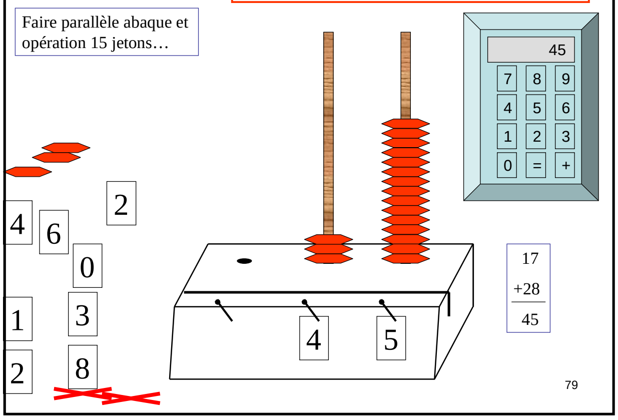
Restructuration opératoire : l'addition



78

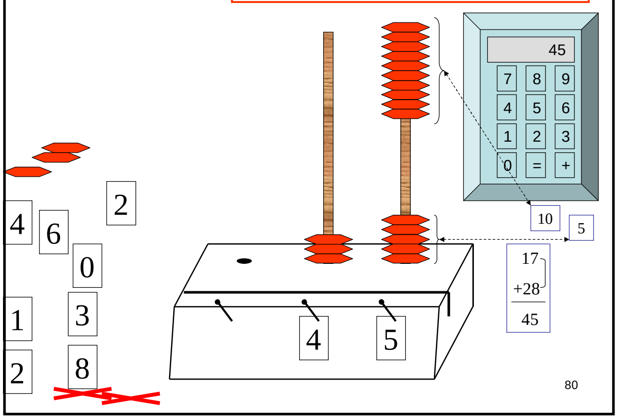
Restructuration opératoire : l'addition

Faire parallèle abaque et opération 15 jetons…

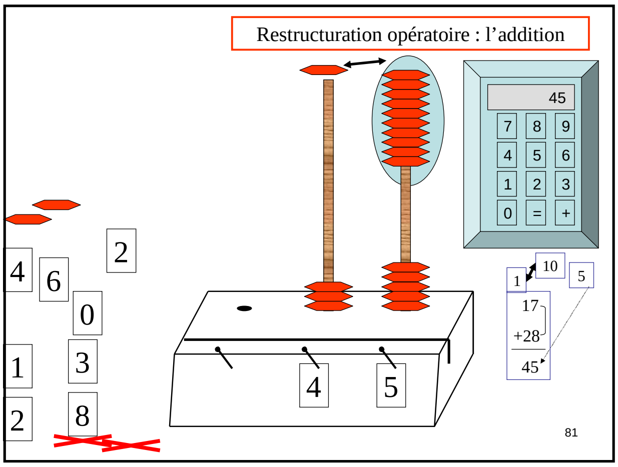


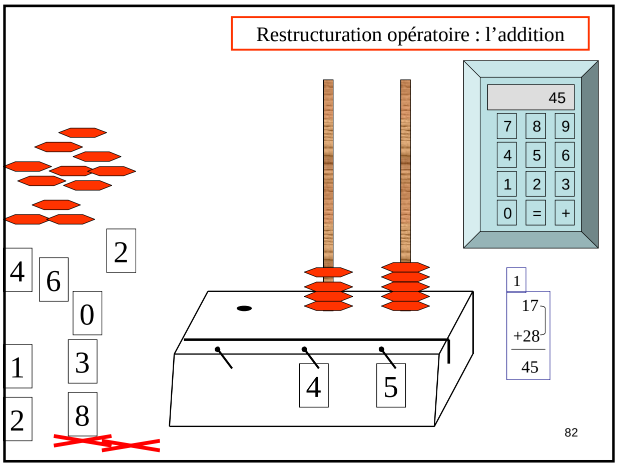
79

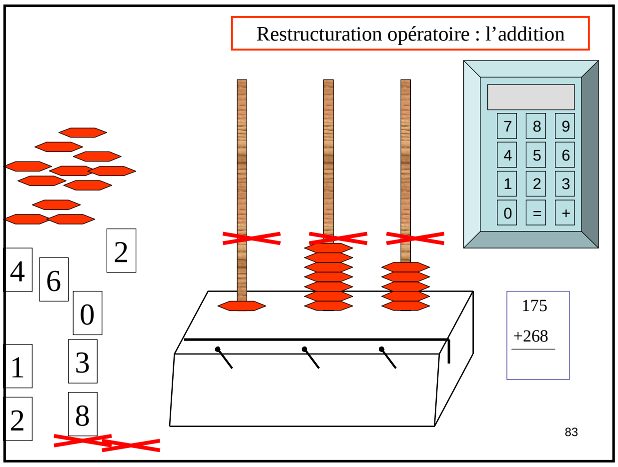
Restructuration opératoire : l'addition



80

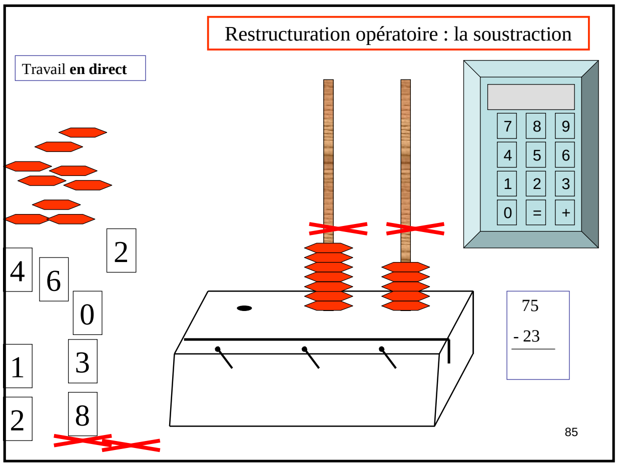


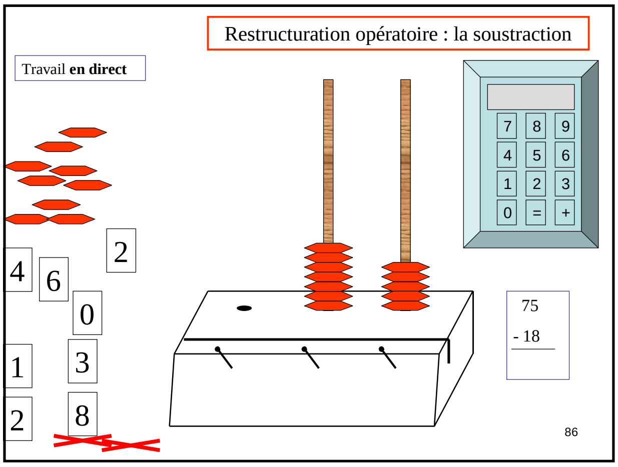


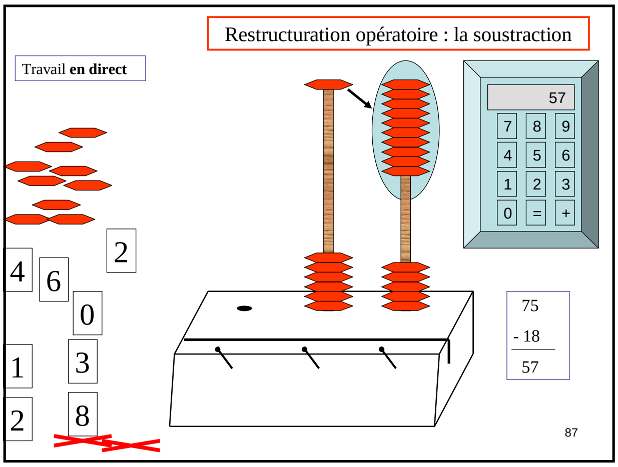


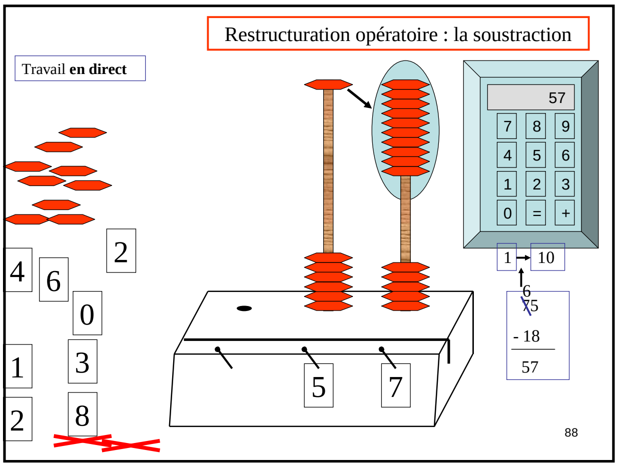
Soustractions sur abaque

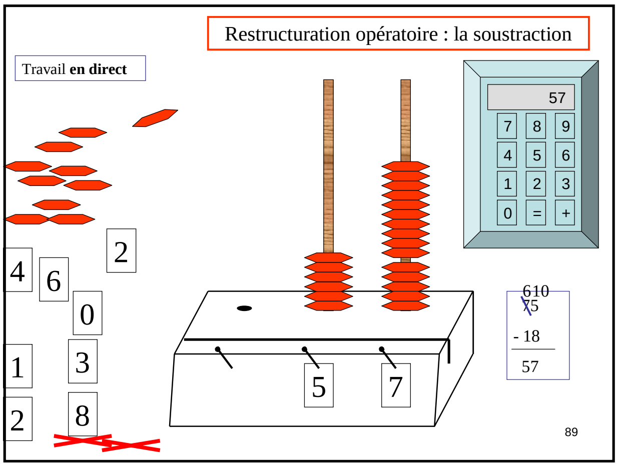
84

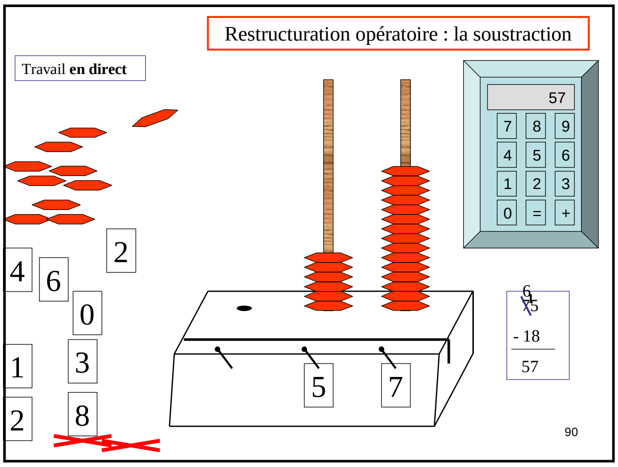


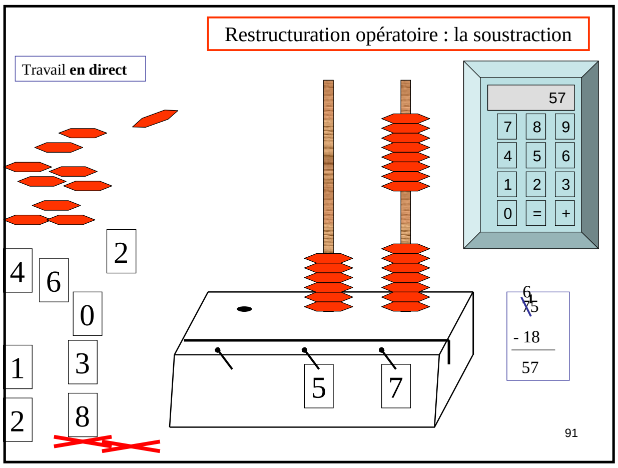


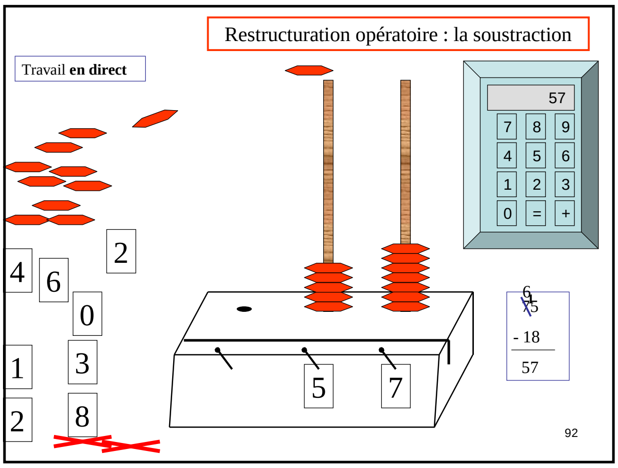

Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
75
- 18
57
87


Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
1 → 10
6
75
- 18
57
88


Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
610
75
- 18
57
89


Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
6
75
- 18
57
90


Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
6
75
- 18
57
91


Restructuration opératoire : la soustraction
Travail **en direct**
57
6
75
- 18
57
92

Comprendre les opérations permet d'en reconnaître les effets sur les quantités.

Le sens des opérations combine la maîtrise d'une multitude de concepts et d'habiletés mathématiques reliés aux nombres et aux opérations. Dans une situation donnée, il permet de choisir les nombres et les opérations à utiliser avec suffisamment de souplesse et de polyvalence pour effectuer un calcul de façon efficace.

93

Genèse du nombre
Répétition
Pairs, impairs
…/…

Les propriétés de l'addition sont :
- la commutativité (p. ex., 1+2=2+1)
- l'associativité [p. ex., (8+9)+2=8+(9+2)]
- le nombre zéro (0) en tant qu'élément neutre (p. ex., 1+0=1)

La propriété de la soustraction est :
- le nombre zéro (0) en tant qu'élément neutre (p. ex., 1 – 0=1)

Les propriétés de la multiplication sont :
- la commutativité (p. ex., 2 x 3=3 x 2)
- l'associativité [p. ex., 5 x (2 x 6)=(5 x 2) x 6]
- le nombre un (1) en tant qu'élément neutre (p. ex., 3 x 1=3)
- le nombre zéro (0) en tant qu'élément absorbant (p. ex., 2 x 0=0)
- la distributivité [p. ex., 3 x (2+5)=(3 x 2)+(3 x 5) ou (2+5) x 3=(2 x 3)+(5 x 3)]

La propriété de la division est :
- le nombre un (1) en tant qu'élément neutre (p. ex., 5÷1=5)

94

Communauté d'apprenants

Pairs ou impairs ?

95

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 28 \\ \hline 40 \\ 320 \\ 100 \\ 800 \\ \hline 1260 \end{array}$$

45x28 = 8 (40+5) + 20 (40+5)

45x28 = 20 (40+5) + 8 (40+5)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 28 \\ \hline 100 \\ 800 \\ 40 \\ 320 \\ \hline 1260 \end{array}$$

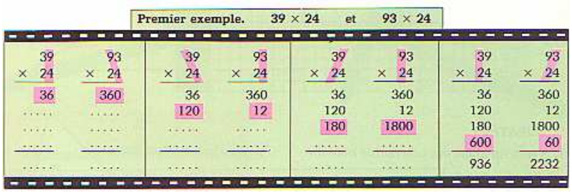
45x28 = (40 + 5) (20 + 8)

45x28 = 40 x 20 + 40 x 8 + 5 x 20 + 5 x 8

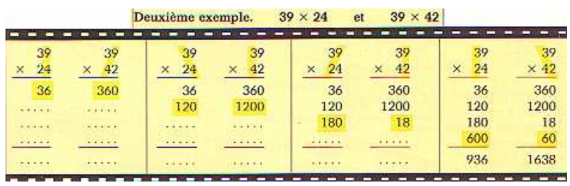
45x28 = 40 x 20 + 5 x 20 + 40 x 8 + 5 x 8

45x28 = 5 x 20 + 5 x 8 + 40 x 20 + 40 x 8

96

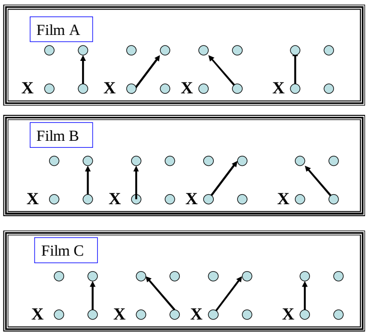


97

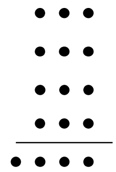


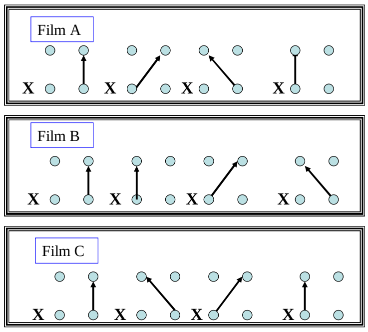
98

45
X 28
40
320
100
800
1260



6 7
X 3 5

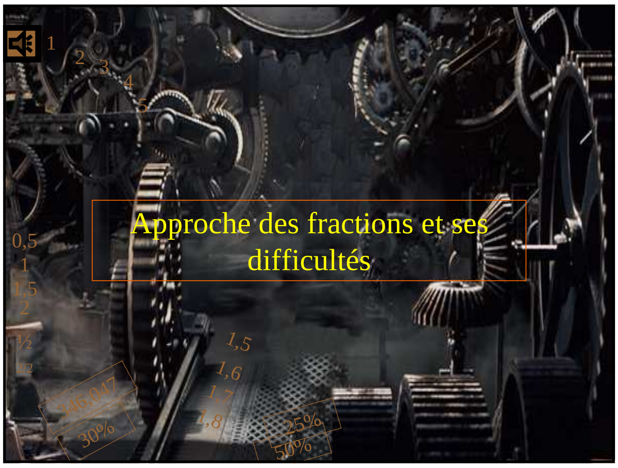




Comprendre les opérations permet d'en reconnaître les effets sur les quantités.

Ils ont parfois beaucoup de mal à reconnaître l'opération à effectuer en situation de résolution de problèmes et à créer des problèmes qui font appel à l'une ou l'autre des opérations.

C'est pourquoi un enseignement efficace doit être basé sur la compréhension conceptuelle plutôt que procédurale.



Sentant sa fin proche, un vieux cheik indiqua ses dernières volontés à son sage conseiller. Il désirait ainsi partager son cheptel : la moitié pour son fils aîné, le tiers au second et enfin le neuvième au cadet. Malheureusement à son décès, son troupeau se composait de 17 dromadaires...
A sa mort ses fils ne surent faire le partage…
Alors le sage conseiller emprunta un dromadaire au voisin.. Il avait donc 18 bêtes, qu'il partagea ainsi : la moitié soit 9 pour l'aîné, le tiers soit 6 pour le second et enfin le neuvième soit 2 pour le cadet.
Et comme 9 + 6 + 2 =17... il rendit le 18éme animal à son propriétaire.
Et chacun des héritiers eut la satisfaction de recevoir plus que son père ne leur avait attribué.
Le premier reçut 1/2 animal en plus (9 au lieu de 17/2=8,5), le deuxième 1/3 de dromadaire en plus (6 au lieu de 17/3 = 5 + 2/3) et le dernier 1/9 en plus ...
Paradoxal ? Mais le vieux conseiller était très sage, **il n'a pas commis d'injustice ! A vous de le prouver...**

Additionner 1 / 2 + 1 / 3 + 1 / 9 c'est d'abord connaître les propriétés qui lient ces 3 nombres…

Réduire au dénominateur commun

9 / 18 + 6 / 18 + 2 / 18

Et cela donne bien 17/18

Un magasin A et un magasin B vendent le même produit « chtroumf ». Sur un mois, chacun des magasins a vendu le même nombre de produits sur deux temps différents…

Prix de base du chtroumpf : 100€

Le magasin A augmente dès le début le prix du schtroumf de 10% et au bout de quinze jours décide de baisser ce dernier prix de 10%...

Le magasin B fait l’inverse c’est-à-dire une réduction de 10% pendant les quinze premiers jours puis augment de 10%..

Mag. A + 10% - 10%

Mag. B - 10% + 10%

Mag. A + 10% - 10%

100€ + 10% ➔ 110€ 110 € – 10% ➔ 99€

Mag. B - 10% + 10%

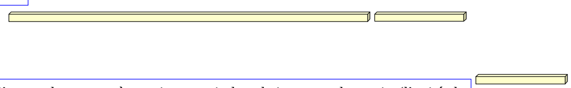
100€ - 10% ➔ 90€ 90€ + 10% ➔ 99€

Paul, apprenti charpentier doit découper un liteau de 2,50m dans une barre de 3m.

Paul, apprenti charpentier doit découper un liteau de 2,50m dans une barre de 3m.

R1

R2



C’est seulement après avoir compris la relation entre la partie (l’unité de mesure) et le tout (l’attribut mesuré) que les élèves peuvent vraiment saisir le sens d’une mesure quelconque.

Accès au nombres décimaux :

Puisque la partie décimale d’un nombre n’est, de fait, qu’une façon différente de représenter une fraction décimale, il est essentiel que les élèves aient une compréhension solide des fractions.

Obstacles rencontrés

•Du côté du langage : certaines fractions ont un nom spécifique et d’autres pas

•Du côté des élèves ont du mal à se représenter les fractions selon divers modèles…

•Du côté du contexte : certains ont du mal à construire le lien entre le tout et la fraction unitaire correspondante…

•Du côté du concept de fraction ainsi que difficulté à saisir l’équivalence de deux fractions :

1/3 et 2/6

•…/…

Obstacles rencontrés

•Du côté du langage : certaines fractions ont un nom spécifique et d'autres pas

½ ➔ un demi

1/3 ➔ un tiers

1/7 ➔ un septième

1/n ➔ un nbrième

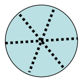
111

Obstacles rencontrés

•Du côté des élèves ont du mal à se représenter les fractions selon divers modèles…

Le développement du sens du nombre relié aux fractions représente un grand défi pour les élèves. Baroody et Coslick tentent une explication et soulèvent certaines difficultés tant dans l'apprentissage que dans l'enseignement des fractions. Voici quelques-unes de ces difficultés.

Influence du modèle ………..>>



Le tout fraction et l'unité fractionnaire
ils ne voient pas le lien entre une fraction (p. ex., 5/6) et la fraction unitaire correspondante (1/6), soit que
5/6 = 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 ou que 5/6 = 5 × 1/6

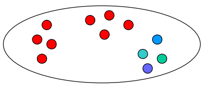
112

Obstacles rencontrés

•Du côté du contexte : certains ont du mal à construire le lien entre le tout et la fraction unitaire correspondante…

•Si le tout correspond à un élément (objet, surface, longueur), on peut le fractionner en parties équivalentes. Chacune des parties peut alors être comparée au tout.

•Si le tout correspond à un ensemble d'éléments, soit une collection d'objets, quelques-uns des éléments peuvent être regroupés pour former une partie de l'ensemble et représenter ainsi une partie du tout.



113

Selon le contexte : différents sens de la fraction 3/4

Partition d'une pluralité

$$\frac{3 \text{ litres}}{4}$$

Quotition

$$\frac{150 \text{ livres}}{30 \text{ livres}}$$

Fraction - Division

Fractionnement de l'unité

$$\frac{3}{4} \text{ litre}$$

Proportion

$$\frac{3 \text{ grammes}}{4 \text{ litres}}$$

Doc.M.Vinais 06.2011

114

Obstacles rencontrés

•Du côté du concept de fraction ainsi que de la difficulté à saisir l'équivalence de deux fractions :

Concept de fraction

Le mot *fraction* vient du latin *fractio* qui veut dire « rupture ».

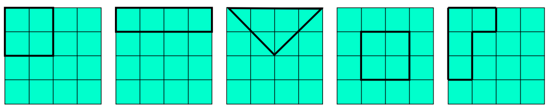
Une partie d'un objet brisé peut donc représenter une fraction, car c'est une partie d'un tout. Toutefois, pour déterminer une fraction d'un objet divisé en plusieurs parties, il faut que les parties soient équivalentes. ➔

115

Obstacles rencontrés

•Du côté du concept de fraction ainsi que de la difficulté à saisir l'équivalence de deux fractions :

Concept de fraction
Précisons que lorsqu'il est question de parties équivalentes, il ne s'agit pas nécessairement de formes identiques, bien que celles-ci soient plus faciles à utiliser. Les représentations de un quart (1 / 4) dans l'exemple ci-dessous sont basées sur l'aire du tout.
Malgré leurs formes différentes, chacun de ces quarts représente une partie équivalente d'un même tout.



.. /..

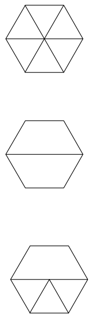
116

Représentation mentale

Le développement du sens de la fraction chez les élèves dépend de leur habileté à visualiser les quantités. Généralement, les élèves visualisent assez facilement une fraction modélisée par une surface. Ils ont plus de difficulté à visualiser une fraction modélisée par une partie d'un ensemble.

Il est donc important de présenter une variété de situations et de modèles qui exercent les élèves à visualiser la quantité représentée par une fraction.

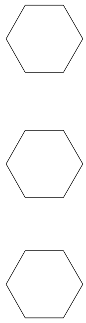
117



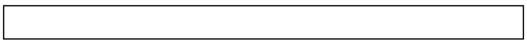
1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + 1/6 = 1

1/2 + 1/2 = 1

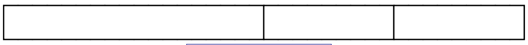
1/2 + 1/6 + 1/6 + 1/6 + = 1



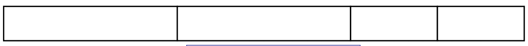
118



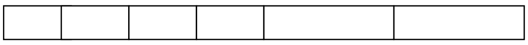
Un « entier »



1/2 + 1/4 +1/4



1/3 + 1/3 +1/6 + 1/6



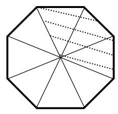
1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 +1/4 + 1/4

119

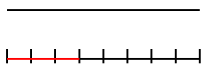
Varier les représentations

3/8 d'un tout, un objet ➔

3/8 d'une surface ➔

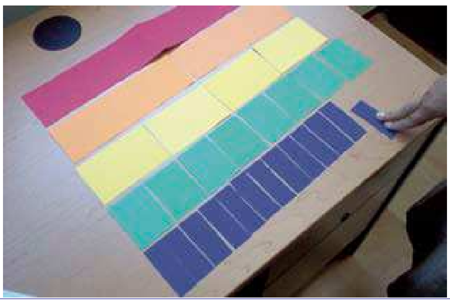


3/8 d'une longueur ➔



3/8 du segment est rouge

120



Il est important pour les élèves de comprendre que plus le tout est fractionné, plus ses parties sont petites.

121

<u>Pour faciliter la conceptualisation les fractions, il faudrait construire l'équivalence fondamentale : partition de la pluralité et fractionnement de l'unité,</u>

C'est cette équivalence qui « fonde » le concept de fraction : elle justifie le fait que ¾ puisse être lu « 3 divisé par 4 »

123

Modes de représentation

Représentation à l'aide de mots

Représentation symbolique

Représentation concrète

Représentation semi-concrète

124
Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval

Modes de représentation

Représentation à l'aide de mots

Un quart

Représentation symbolique

Représentation concrète

Représentation semi-concrète

125
Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval

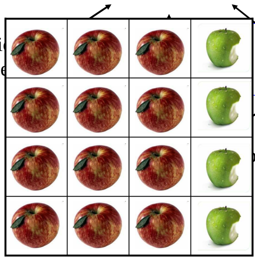
Modes de représentation

Représentation à l'aide de mots

Représentati

symbolique

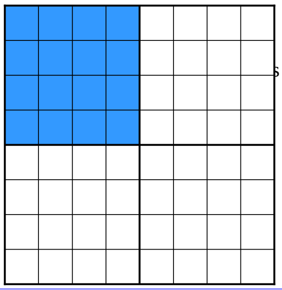
Représentation concrète



ncrète

126
Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval

Modes de représentation



Représentation symbolique

Représentation concrète

Représentation semi-concrète

127
Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval

Modes de représentation

Représentation à l'aide de mots

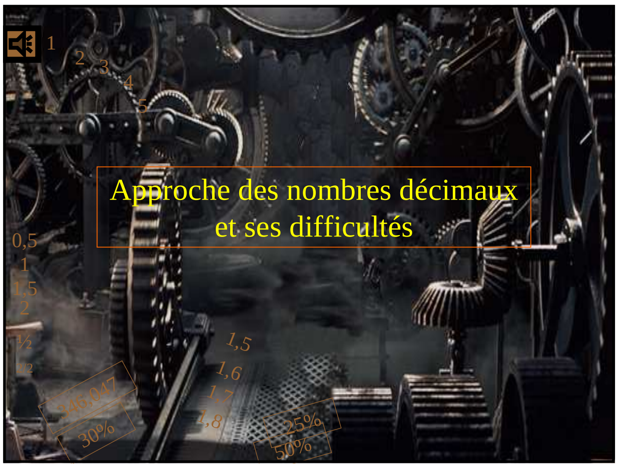
Représentation symbolique

$\frac{1}{4}$

Représentation concrète

Représentation semi-concrète

128
Cf. Travaux Baroody et univ. Qb.laval



Dans le discontinu, le comptage commence par « 1 ».
Dans le continu, c'est par « 0 ».

130

Autre point qui oppose les deux univers à chiffrer :

différence entre cardinal et ordinal

Dans le discontinu les deux aspects sont synchrones : en comptant des bols, le premier c'est le numéro « 1 », le deuxième, c'est le numéro « 2 ». Il en est tout autrement dans le continu. À propos du temps, par exemple, le nouveau-né vit en ordinal sa première année, alors que son âge, c'est-à-dire son cardinal est « zéro ».

131

Nombres décimaux

Plusieurs études et sondages nationaux indiquent que les enfants, en général, ne développent pas une bonne compréhension des nombres décimaux et que plusieurs les utilisent mal et sont même incapables de résoudre des tâches dans des contextes légèrement différents.

Un nombre décimal est un nombre qui peut être exprimé en notation décimale avec une partie décimale finie (p. ex., 3,72; 12,13564).
Il est intéressant de constater que tous les nombres décimaux peuvent être exprimés sous forme de fractions décimales, c'est-à-dire des fractions dont le dénominateur est une puissance de 10.

132

Obstacles liés au contenu mathématique lui-même
Difficultés liées à la rupture avec IN

Passage d'un ordre discret à un ordre dense
- La notion de « suivant » n'existe pas.
- Entre deux décimaux quelconques, on peut toujours intercaler un autre décimal.

Lien entre le nombre et son écriture
Dans IN, plus un nombre a de chiffres, et plus le nombre est grand.

Conception du nombre
Dans ID, il existe des nombres (autres que zéro) plus petits que 1.

Effet sur la multiplication et la division

133

Obstacles liés au contenu mathématique lui-même
Difficultés liées à l'écriture et à la lecture des nombres

Dans la dénomination des chiffres, il n'y a pas de « rupture » par rapport à la virgule mais par rapport au chiffre des unités.

Exemple : centaines dizaines unités dixièmes centièmes millièmes
3 2 **4** , 5 8 2

134

Obstacles liés au discours lors de l'apprentissage

- Un lien trop précoce est établi avec le « système métrique », l'enfant peut concevoir le nombre décimal comme un recollement de deux entiers.

Exemple : 32,48 m : 32 m et 48 cm donc
32,48 + 12,87 = 48,135
Sous entendu (car) 32m 48cm + 16m 87 cm = 48m 135cm

- Dans 32,48 la partie décimale n'est pas 48 mais 0,48

32,48 = 32 + 48/100 = 32 + 0,48

135

Obstacles du côté du sujet.

Les conceptions des enfants, issues de leurs expériences dans l'ensemble des entiers se traduisent par des « théorèmes en actes » et des « règles d'actions » (Cf G.Vergnaud).

Exemples :

- Le suivant de 3,6 est 3,7.
- Entre 5,12 et 5,13 il n'y a aucun nombre.
- Quand on multiplie, « ça augmente ».
- Quand on divise, « ça diminue ».
- Si on divise, on divise le plus grand nombre par le plus petit nombre.

136

Obstacles du côté du sujet.

Les élèves considèrent pour la comparaison des décimaux que ces nombres sont comme des entiers sur lesquels on a plaqué une virgule.

Déjà vu diapo 9 sur les erreurs

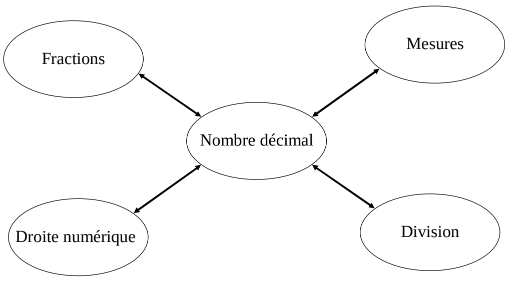
Exemple : ranger dans l'ordre croissant les nombres : 4,249 4,3 4,06

R1 : 4,3 < 4,06 < 4,249
R2 : 4,249 < 4,06 < 4,3
R3 : 4,06 < 4,3 < 4,249

…/…

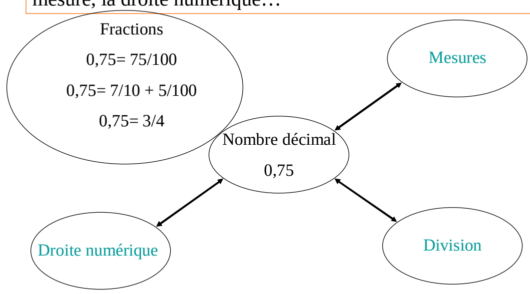
137

Approche pédagogique :
Etablir des liens entre les nombres décimaux, les fractions, la mesure, la droite numérique…



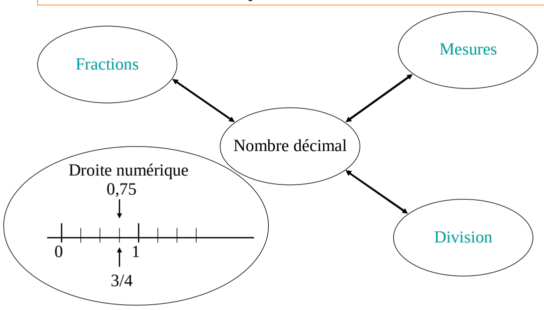
138

Approche pédagogique :
Etablir des liens entre les nombres décimaux, les fractions, la mesure, la droite numérique…



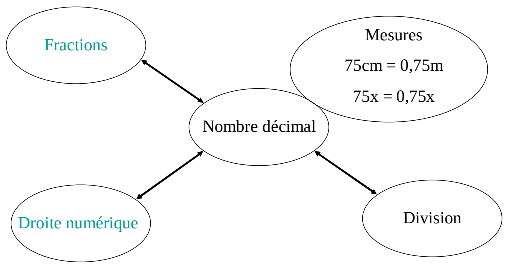
139

Approche pédagogique :
Etablir des liens entre les nombres décimaux, les fractions, la mesure, la droite numérique…



140

Approche pédagogique :
Etablir des liens entre les nombres décimaux, les fractions, la mesure, la droite numérique…



141

Le domaine Mesure est complexe et fait appel à des compétences qui vont au-delà de l'habileté à mesurer à l'aide d'un instrument de mesure tel qu'une règle, un cylindre gradué, un chronomètre ou un thermomètre.
En effet, les élèves doivent aussi apprendre à reconnaître et à <u>comprendre le sens des attributs mesurables d'un objet</u>,
<u>à estimer leur grandeur</u>
<u>et à les mesurer dans divers contextes</u>
afin que le vrai sens de la mesure puisse s'ancrer dans leurs expériences d'apprentissage, et qu'il les aide à résoudre divers problèmes de la vie courante et à prendre des décisions éclairées.

142

Le nilomètre

et

la coudée royale

143

Pour les élèves, le premier objectif, et le plus important, est de comprendre en quoi consiste l'attribut à mesurer.

144

Attributs descriptifs	Attributs quantifiables par dénombrement	Attributs quantifiables par une mesure
Couleur Texture Utilité	Nombre de faces	Longueur Masse Aire Capacité Volume Hauteur Diamètre de la base Circonférence




145

146

Le développement du sens de la mesure repose sur la compréhension conceptuelle. Les élèves qui ont développé une bonne compréhension conceptuelle en mesure peuvent :
• saisir que mesurer signifie comparer;
• reconnaître qu'il est possible de mesurer plusieurs attributs d'un même objet;
• utiliser des repères personnels appropriés pour chacun des attributs en mesure;
• choisir une unité de mesure appropriée;
• établir certaines relations entre des attributs et entre des unités de mesure.

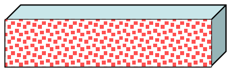
147

Pour l'attribut *longueur*, les élèves doivent visualiser un espace à une dimension, c'est-à-dire se faire une image mentale d'une ligne droite ou courbe. Par exemple, dans une situation où il est question de déterminer la longueur d'un prisme rectangulaire, ils doivent visualiser qu'il s'agit de déterminer la mesure de l'espace entre les extrémités gauche et droite du prisme.

Les élèves doivent aussi reconnaître que dans certaines situations, l'attribut *longueur* peut prendre un autre nom, par exemple :
• la *hauteur* d'une montagne • la *largeur* d'un prisme • l'*épaisseur* d'un gâteau • la *taille* d'une personne • la *profondeur* d'un lac• le *diamètre* d'une roue • le *périmètre* d'une boîte• la *circonférence* d'un verre…

148

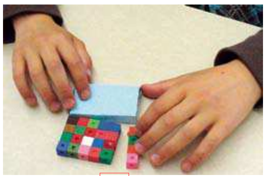
Pour l'attribut surface (aire), les élèves doivent visualiser un espace à deux dimensions, c'est-à-dire se faire une image mentale d'une surface plane ou courbe. Par exemple, dans une situation où il est question de déterminer l'aire d'une des faces d'un prisme rectangulaire, ils doivent visualiser qu'il s'agit de déterminer la mesure de l'espace occupé par la surface de cette face.



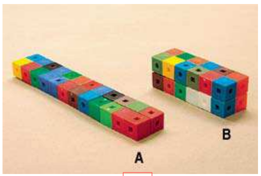
Les élèves doivent aussi reconnaître que dans certaines situations, l'attribut *surface* peut prendre un autre nom, par exemple :
• l'*étendue* d'un terrain;
• la *superficie* d'une ville.

149

Un élève montre sa compréhension du concept de volume en construisant, à l'aide de cubes emboîtables, une structure occupant le même espace que celui occupé par un prisme donné.

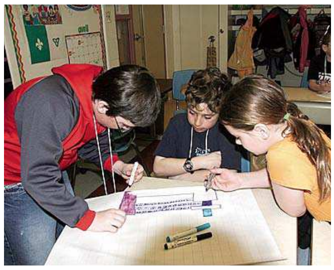


1



2

150



151

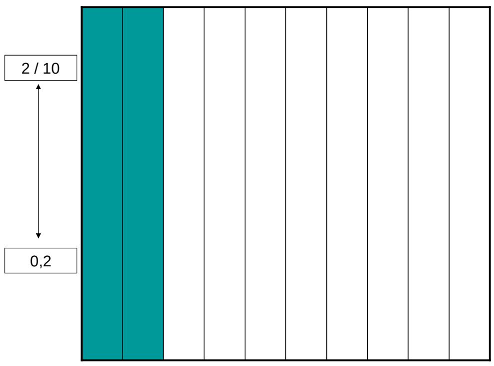
Question de représentation ?

0,2 = 2/10

0,20 = 20/100

0,2 = 0,20 ?

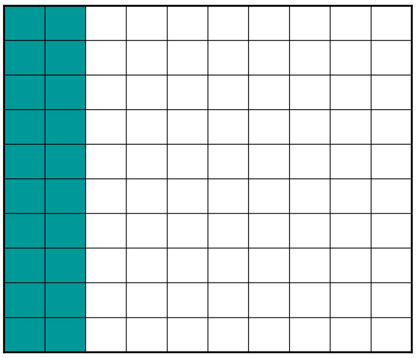
152



Fabriquer des gabarits

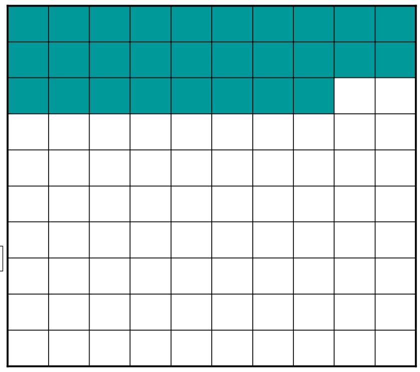
153

0,20



Fabriquer des gabarits

154



0,28

155

Approche pédagogique :
Etablir des liens entre les nombres décimaux, les fractions, la mesure, la droite numérique…

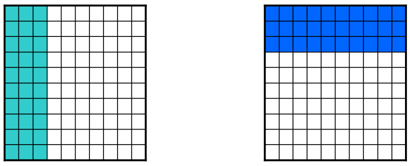
Fractions	Décomposition	Ecriture avec virgule	lecture
$\frac{346}{100}$	$3 + \frac{4}{10} + \frac{6}{100}$	3,46	3 unités et 4 dixièmes et 6 centièmes

156

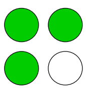
Le pourcentage est une façon particulière de présenter une fraction. Souvent employé dans la vie courante, il mérite une attention particulière.

30 % (qui se lit « trente pour cent »)
ou 30/100 ou 0,30.

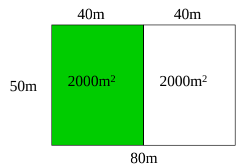
Travail à l'aide de matériel concret ou en représentation.



157

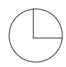
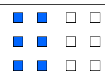


75% des cercles sont verts



50% du terrain est recouvert de pelouse

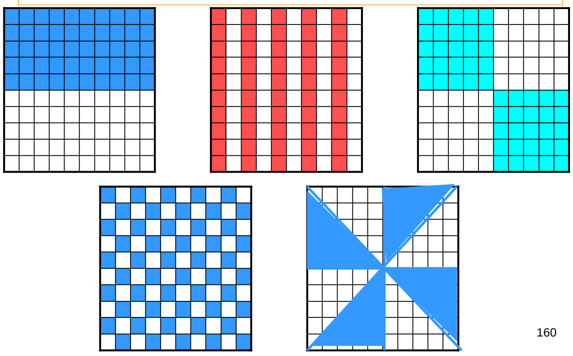
158

Fraction	Pourcentage	Nombre décimal	Exemple de représentation
1/4	25%	0,25	
1/2	50%	0,5	

Construire les liens entre les fractions, les pourcentages et les nombres décimaux favorisent l'approfondissement du sens du nombre et s'avèrent fort utiles en situation de résolution de problèmes. Passer d'une notation à une autre est avantageuse, car elle permet d'utiliser celle qui répond le mieux aux besoins du moment.
Par exemple, un client qui veut calculer un rabais de 50 % sur le prix d'un article peut aisément le faire s'il reconnaît que 50 % équivaut à la moitié (1/2).

159

Pour développer un bon sens du nombre, il est important que les élèves explorent différentes représentations d'une même quantité. Par exemple, on peut les inviter à représenter 0,50 ou 50 % de plusieurs façons sur une grille de 10 × 10.



160

Relations de proportionnalité
Il y a une relation de proportionnalité entre deux quantités lorsque ces quantités peuvent augmenter ou diminuer simultanément selon le même facteur.

Exemple 1
Pour permettre aux élèves de réaliser une activité, l'enseignant ou l'enseignante distribue des pailles comme suit :
• 1 élève qui travaille seul reçoit 4 pailles;
• une équipe de 2 élèves reçoit 8 pailles;
• une équipe de 3 élèves reçoit 12 pailles.
Une étude de la régularité de cette relation permet de reconnaître que le nombre d'élèves et le nombre de pailles augmentent selon le même facteur. Il devient alors aisé d'en déterminer qu'un groupe de 6 élèves recevra 24 pailles. La relation de proportionnalité entre le nombre d'élèves et le nombre de pailles peut être représentée par l'égalité entre deux des rapports
(p. ex., 1 / 4 = 3 / 12). Une telle égalité entre deux rapports s'appelle une proportion.

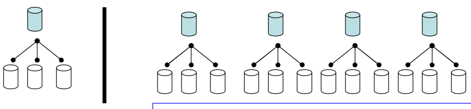
?

1	2	3	4	5		
4	8	12	16	?		

161

Pour la journée d'athlétisme, les élèves de la classe de Mme XXXX préparent une boisson pour les coureurs. Pour chaque contenant de jus concentré, il faut ajouter 3 contenants d'eau. Combien leur faudra-t-il ajouter de contenants d'eau à 4 contenants de jus concentré?

Solution à l'aide d'illustrations



Il faudra donc 12 contenants d'eau (4 × 3 contenants d'eau).

Solution à l'aide de table des valeurs

contenants de jus	1	2	3	4	5
contenants d'eau	3	6	9	12	

X 3

162

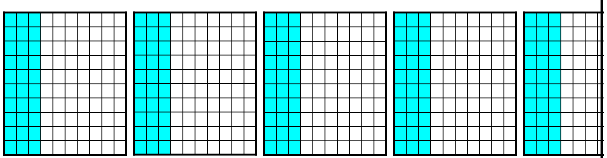
La proportionnalité peut être examinée dans 3 cadres différents
- **Le cadre des grandeurs** : utilisation des nombres « concrets », correspondant à des quantités ou mesures. Dans le cadre des grandeurs, il est possible de donner du sens à certaines manipulations sur les nombres qui interviennent,
- **Le cadre numérique** : le nombre est manipulé de manière abstraite,
- **Le cadre graphique** : utilisation de représentations graphiques.

163

Importance de la mise en lien des différents types d'approche

Les relations de proportionnalité permettent de résoudre une multitude de problèmes tirés du quotidien en ayant recours à un raisonnement simple à la portée des élèves du cycle moyen. Par exemple, si 30 % des 500 élèves d'une école aiment le couscous, il est possible de déterminer, de diverses façons, qu'il y a 150 élèves qui aiment le couscous. Voici quelques exemples.

Créer une représentation semi-concrète



164

Importance de la mise en lien des différents types d'approche

Les relations de proportionnalité permettent de résoudre une multitude de problèmes tirés du quotidien en ayant recours à un raisonnement simple à la portée des élèves du cycle moyen. Par exemple, si 30 % des 500 élèves d'une école aiment le couscous, il est possible de déterminer, de diverses façons, qu'il y a 150 élèves qui aiment le couscous. Voici quelques exemples.

Construire une table des valeurs

Nombre de personnes	nombre aimant le couscous
100	30
200	60
300	90
400	120
500	150

165

Importance de la mise en lien des différents types d'approche

Les relations de proportionnalité permettent de résoudre une multitude de problèmes tirés du quotidien en ayant recours à un raisonnement simple à la portée des élèves du cycle moyen. Par exemple, si 30 % des 500 élèves d'une école aiment le couscous, il est possible de déterminer, de diverses façons, qu'il y a 150 élèves qui aiment le couscous. Voici quelques exemples.

Déterminer des fractions équivalentes

30 / 100 = 60 / 200 = 90 / 300 = …

166

Importance de la mise en lien des différents types d'approche

Les relations de proportionnalité permettent de résoudre une multitude de problèmes tirés du quotidien en ayant recours à un raisonnement simple à la portée des élèves du cycle moyen. Par exemple, si 30 % des 500 élèves d'une école aiment le couscous, il est possible de déterminer, de diverses façons, qu'il y a 150 élèves qui aiment le couscous. Voici quelques exemples.

Établir une proportion par multiplication…

$$\frac{30}{100} = \frac{?}{500}$$

? = 30 x 500 / 100 = 150

$$\frac{30x5}{100x5} = \frac{150}{500}$$

167